

量子理论若干基本问题研究的新进展

孙昌璞

中国科学院理论物理研究所, 北京 100080

摘要

量子物理无疑是本世纪最深刻、最有成就的科学理论之一。它不仅代表了人类对微观物质世界的深入认识, 而且从根本上推动了社会生产力的发展。目前关于量子信息的研究工作也表明, 量子力学有可能大大加速信息科学的发展。然而, 自量子力学诞生以来, 关于量子物理的思想基础和基本问题的争论, 从来就没有停止过。最近, 伴随着技术的飞速进步, 过去各种仅限哲学思辩式讨论的量子理论基本问题的研究, 已经能够在实验室里加以检验, 使得人们对量子物理基本问题的理解建立在更加坚实的实验基础之上。

本文结合最近的典型量子物理实验, 如用冷原子 Bragg 散射实现的“which-way”实验, 量子退相干过程的微腔 QED 检验和 C_{60} 分子的量子干涉等, 本文比较系统地介绍了量子理论基本问题若干研究的新进展, 特别强调了处于其核心的量子测量问题及其相关的基本概念和基本思想, 如 EPR 佯谬和 Bell 不等式, 量子退相干和量子纠缠。从理论和实验结合的角度, 本文阐述了被测系统和测量仪器的相互作用怎样导致量子测量的一般动力学过程。由此还讨论了外部环境和内部运动怎样诱导量子退相干和量子耗散, 对“薛定谔猫佯谬”和“宏观物体空间局域化描述”给出了可能的物理解释。最后, 通过具体例子, 本文简单地讨论了量子物理基本问题的研究成果对量子信息的应用。

关键词: : 量子测量, 量子退相干, 量子耗散, 量子纠缠, EPR 佯谬和 Bell 不等式, 薛定谔猫佯谬

§1 引言：量子物理的基本问题

以量子力学为核心的量子物理，不仅代表了人类对微观世界基本认识的革命性进步，而且带来了许多划时代的技术创新（如半导体和激光器的发明），直接推动了社会生产力的发展，从根本上改变了人类的物质生活。量子理论过去的成功并不意味着它是一个彻底完善的物理学理论。自量子力学诞生以来，关于量子力学的思想基础和基本问题的争论，从来就没有停止过。人们对于量子力学本身的完备性及其一些基本观念的理解，甚至持有截然不同的观点 [1-3]。最近，由于这些量子力学基本问题所涉及观念，在信息科学有重要的应用，在加上实验方面的飞速进展，量子力学基本问题的研究得到了物理学界更加广泛的重视 [4]。

在 1927 年 Solvay 物理学会议上，爱因斯坦和玻尔开始了关于量子力学基本问题的论战 [5]，引发了一系列关于量子物理的思想观念的深入讨论。如薛定谔的“死猫—活猫”佯谬（1935 年）[6]，爱因斯坦—波多斯基—罗森的 EPR 佯谬（1935 年）[7]，冯·诺意曼测量假说和波包塌缩（1932 年）[8]，玻姆的隐变量理论（1952 年）[9]，以及 Bell 不等式及其实验验证（1964 年，1981 年，1975 年）[10-13]。对于这些问题进行稍微仔细的考察，就不难发现它们均密切联系于量子力学测量的基本问题 [14-16]：对于微观粒子运动状态的有效测量，必将在可观测的意义上使粒子原来的运动产生不可逆的改变。

这种不可逆的改变起因于量子力学的互补性 (*Complementarity*)。依据标准的“哥本哈根解释”，物质运动具有粒子和波的双重属性，但在同一个实验中二者是相互排斥的 [22]。例如，在双缝干涉实验中，测量粒子通过了哪一个缝，等于强调了波粒二象性的粒子特性，与粒子性互补的波动性便被排斥了，干涉条纹便不再存在了。这种由于测量或其它影响导致相干性消失的现象称之为量子退相干 (*Quantum decoherence*) [17, 18]。仅就量子测量而言，人们称之为波包塌缩 (*Wave packet collapse*)。海森堡对于这种退相干现象的进一步解释是应用测不准关系：准确知道粒子通过路径 A 意味着在垂直于 A 的方向上完全确定粒子的位置精确到 Δx ，从而由测不准原理

$$\Delta x \Delta p \sim \hbar \quad (1.1)$$

得知这个测量将对垂直于路径 A 方向上的动量产生 $\Delta p \sim \frac{\hbar}{\Delta x}$ 的扰动，从而干扰到达屏 S 上粒子的位置，造成干涉条纹的模糊。测不准关系的解释表明，通过具有“粒子特征”的测量（如同时测量动量和坐标），去描述具有“波粒二象性”的物质运动，会带来测量的不确定性。看上去，测不准关系是引起被测系统量子退相干的一个重要原因，但最近德国 Rampe 小组的冷却原子布拉格散射实验 [19] 表明，测不准关系不是量子退相干的唯一起因，而形成测量仪器和被测系统的量子纠缠态 (*Entangled state*) 是问题的核心。量子纠缠态的观念起源于薛定谔关于“活猫—死猫”佯谬的讨论，其进一步的发展与描述量子定域性的 EPR 问题相联系，本文将比较深入地介绍这些问题的理论和实验 [19-25]。

事实上，对许多量子现象（如量子相干和退相干）本质的理解，人们并非得到了最后的答案。所有的讨论，目前都正在经历各种量子测量实验的检验。从更广泛的意义上讲，在量子力学的标准框架 - 哥本哈根解释中，经典仪器的引入是不可避免的。这是因为在描述量子测量过程时，通常并没有把仪器作为整个量子系统的一部分考虑进去。但是，人们希望量子力学成为描述整个宇宙的一个普遍理论，它不仅能够描述一个微观的物理系统，还应当描述观测着这个系统的宏观测量仪器。这就要求建立一种动力学的量子测量理论：通过仪器和系统的相互作用，把系统和仪器形成的闭合系统看成一个服从量子力学的整体。薛定谔方程或海森堡方程支配着整个系统的动力学演化。把它约化到被测系统部分，我们希望能够自然得到诸如干涉条纹消失之类的量子退相干或量子耗散等不可逆现象的正确描述 [26-30]。这种描述量子退相干动力学理论最早是由冯·诺意曼和威格纳提出的。但由于他们的理论没有一开始就考虑仪器自身的经典或宏观属性（仪器的量子数很大或组成仪器的粒子数很大），要想自然地实现波包塌缩，必须引入仪器链 - “冯·诺意曼链”，让链中的每一个仪器来测量前面的整个系统的状态，以产生所有体系的波包塌缩。这会导致哲学理解上的困难：要想实现系统量子退相干，必须引入量子世界以外的观察者。

1971 年，Hepp 通过与 Coleman 的通信讨论 [31]，提出了一个没有“主观”观察者量子测量模型 (HC 模型)。他们假定仪器是一个由 N 个自旋 $1/2$ 粒子组成的阵列。他们考虑到仪器宏观属性意味着组成仪器的粒子数目很大。当

N 趋近无穷大时, 他们证明了与仪器相互作用的极端相对论粒子将自动产生波包塌缩。 Bell 对此提出的批评 [32] 和 Cini 提出的另一个类似的模型 [33], 进一步促进了这一类量子测量动力学理论的发展 [34-41]。其中包括本文作者之一 (孙昌璞) 把 HC 模型自旋阵列中的粒子自旋变为任意 (半) 整数 j 的经典极限推广。特别是, 我们发现了有效演化矩阵的因子化是各量子测量动力学模型实现波包塌缩的本质 [36-41]。本文将结合最近观察量子退相干动力学过程的各种精巧的实验 [19-25], 系统地介绍量子测量理论的基本思想和相应的基本概念。还将以量子耗散为基础, 深入分析环境对其中量子系统的影响。最后, 我们应用这些理论与概念, 分析随机环境对其中量子信息载体 - 量子比特相干性的影响。

§2 量子退相干的单粒子描述和系综描述

量子力学的基本特征之一是运用波函数代表的几率幅描述微观物理体系状态。原则上, 通过基于波函数进行的量子测量, 人们可以得到关于微观系统运动规律的全部信息。设 $|n\rangle$ 是力学量 A 的本征态, 相应的本征值为 a_n 。量子力学的测量原理告诉我们, 对处于 $|f\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$ 态的量子体系测量力学量 A , 得到的结果是不确定的: 它可能是 A 的本征值 $\{a_n | n = 0, 1, 2, \dots\}$ 中的一个, 相应的几率为 $|c_n|^2$ 。在这个意义下, 玻恩 (M. Born) 把波函数 $|f\rangle$ 理解成几率波, 即在坐标表象中 $f(x) = \langle x | f \rangle$ 代表在 x 点发现粒子的几率密度幅。由于这种空间几率波的描述, 我们可以通过态的叠加原理来刻画量子干涉现象: 由于描述微观粒子运动的基本方程—薛定谔方程是线性的, 若 $|f_1\rangle$ 和 $|f_2\rangle$ 是体系的两个可能状态, 则它们的叠加 $|f\rangle = |f_1\rangle + |f_2\rangle$, 也是系统的可能状态, 即 $|f\rangle$ 满足与 $|f_1\rangle$ 和 $|f_2\rangle$ 一样的薛定谔方程。在坐标表象中, 依据量子态波函数的玻恩解释, 上述态的叠加原理可表现为物质波的空间干涉行为。即 $I_k = |f_k(x)|^2$ 在座标空间中描述几率幅 $f_k(x) = \langle x | f_k \rangle (k = 1, 2)$ 对应的几率分布, 但 $f(x) = \langle x | f \rangle$ 并不对应几率分布 $I_1(x)$ 和 $I_2(x)$ 简单的相加。事实上

$$I(x) = |f(x)|^2 = I_1(x) + I_2(x) + f_1(x)f_2^*(x) + f_1^*(x)f_2(x), \quad (2.1)$$

其中最后两项意味着态的量子相干性或量子干涉。

为了重复进行的量子测量, 需要进一步考虑的是: 测量之后的瞬间, 体系

波函数是什么？这个问题的回答依赖于测量的结果是什么。如果在单一的量子测量中得到的结果 a_n ，在紧接着的第二次测量中，应当重复得到确定的结果 a_n 。这时可以断定体系的波函数 $|f\rangle = \sum c_n|n\rangle$ 必将塌缩到它的一个分支 $|n\rangle$ 上，即

$$|f\rangle \longrightarrow |n\rangle.$$

这种由于测量所导致的波函数瞬间改变是由冯·诺意曼引入的 [8]，通常称之为冯·诺意曼投影或波包塌缩 (*Wave packet collapse*) 和波函数约化 (*Wave function reduction*)。这种从相干叠加态投影响到单个分枝上的变化是不可逆的，是瞬间完成，一般被解释为经典仪器作用的结果。这种波包塌缩的过程，可以用图 (1) 形象地加以说明 [14]：粒子波函数 $f(y) = \langle y|f\rangle$ 描述了沿 x 方向运动的粒子束沿 y 方向的分布。我们用一个筛形装置来探测粒子出现在 y 方向的何处。一旦单粒子实验在 p 发观粒子，则根据波包塌缩的描述，便可断言测量后波包变窄， $f(y)$ 成为如描述的狭窄波包 $f_n(y) = \langle y|n\rangle$ 。

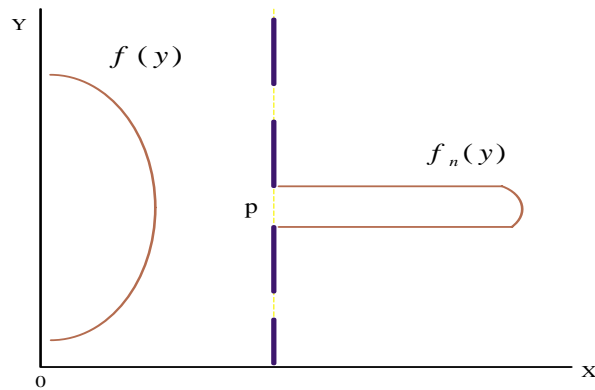


图 1: 观察导致波包变窄

量子力学测量的特别之处还在于它描述的波包塌缩是整体的。这种波包的整体（全空间）塌缩与狭义相对论的基本原理表面看上去似乎有矛盾 [42]。例如，如图 2，一个粒子在 $t = 0$ 时刻处在一个局域的空间点 A 上，在 $t = T$ ，测量其动量得到确定的动量 p ，则波包塌缩为动量本征态 $|p\rangle \sim e^{ipx}$ ，其空间分布在 T 以后时刻便是均匀的，似乎不再定域。测量引起的整体的波包塌也似乎破坏了定域性：虽然 B 点在过 A 点的光锥之外，（即 A 和 B 两点是类空的，通常不存在因果关系）在 $t > T$ 的时刻，我们有可能在 B 点发现粒子。按照狭义相对论，信号最多以光速的速度来传播，而在瞬时的间隔发生的波

包塌缩现象意味着存在“概率意义”的超光速 -T 时刻测量粒子动量会导致体系以一定几率“超光速”地塌缩到不同的动量本征态上。这个例子表明，引入波粒二象性的观念或几率解释是各种佯谬出现的本质。事实上，对于单一测

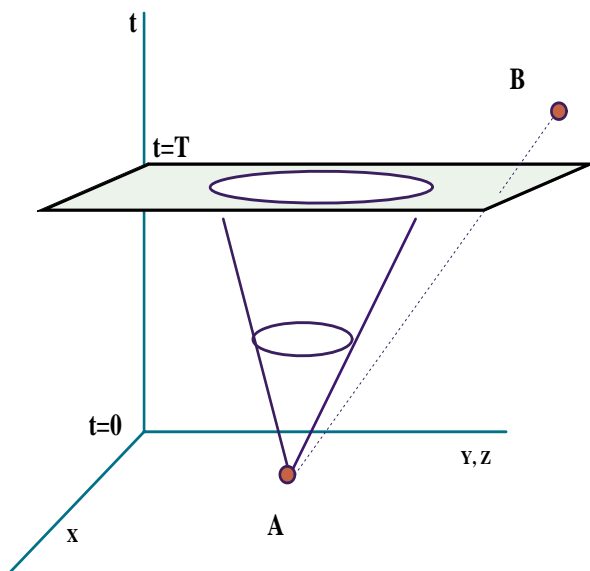


图 2: 四维时空中的整体波包塌缩

量，我们并不能确定地在 B 点发现粒子。因此，“事件” A 和 B 的联系只是概率性的。而对于微观粒子而言，讨论经典意义下的因果关系和相关非定域性问题，可能不是一个恰当的论题。近期我们看到过不少“概率意义”的超光速的报道 [43]，虽然这些实验的完成者大多了解“概率意义”的超光速不会破坏因果律，但也在非专业的范围内引起一些误解，其根源在于对量子测量本身的误解。

上述波包塌缩的描述及出现的问题是针对单个粒子测量而言的。其中我们假定了，在一次单一的测量中，必须读出结果，从而使得波函数约化到它的一个分枝上。这种结果被称为第一类波包塌缩。但是，波函数是通过统计解释与具体实验相联系的，即通过多次的单一测量，或对大量同一客体的复制品的集合一系综进行一次同时测量，得到宏观上可区分的结果。在这个意义下，需要引入第二类波包塌缩的概念。假定对体系的系综进行测量，而不是针对单个量子系统进行一次测量，不必读出一个确切的结果。这时，要引入密度矩阵的概念去描述测量后系统的状态。对处于 $|f\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$ 的系统进行连续的两次测量：第一次测量 A，然后再测量与 A 不对易的 B。若 $|\bar{m}\rangle$ 是 B 的本

征函数，相应的本征值为 b_m ，则在给定 $|n\rangle$ 态上得到 b_m 的几率为 $|\langle \bar{m}|n\rangle|^2$ 。由于在 $|\Psi\rangle$ 上第一次测量得到 a_n 的几率为 $|c_n|^2$ ，则两次连续测量得 b_m 的几率为

$$P_m = \sum_n |c_n|^2 |\langle \bar{m}|n\rangle|^2 = \langle \bar{m}|\rho|\bar{m}\rangle = \text{Tr}(|\bar{m}\rangle\langle \bar{m}|\rho) \quad (2.2)$$

其中，我们引入的半正定算符

$$\rho_f = \sum_n |c_n|^2 |n\rangle\langle n|, \quad (2.3)$$

便是第一次测量后体系的密度矩阵算符。Tr 代表求迹运算，即 $\text{Tr}(\rho_f) = \sum_{\bar{m}} \langle \bar{m}|\rho_f|\bar{m}\rangle$ 。因此，波包塌缩代表的量子退相干过程，可表示为该密度矩阵非对角项的消失。对系综而言，测量的作用是把原来的纯态密度矩阵

$$\rho = |f\rangle\langle f| = \sum_{n,m} c_n c_m^* |n\rangle\langle m| \quad (2.4)$$

变为一个完全混合态密度矩阵 ρ_f 。

上述讨论表明，对系综而言，波包塌缩可描述为从纯态密度矩阵到完全混合态密度矩阵的转变。从物理上讲，这种约化过程代表了测量导致的相干性的破坏—量子退相干。简要地考虑如图 3 所示的物质波干涉的双缝实验。不对粒子束作任何测量，从源 S 产生的粒子束经双缝分束后在屏 C 上发生干涉。上述的干涉效应代表了粒子的波动特征。双缝干涉实验强调了物质波粒二象性的波动性侧面。根据量子力学哥本哈根解释的“互补性原理”（或称并协原理）[1]，这个实验排斥了粒子性。现在如果试图去观测粒子是通过哪一条缝隙到达屏 C 的，则相应设计的实验强调了物质的粒子性（因为波是一个弥漫于整个空间的整体，点粒子却可以局域到缝 A 或缝 B ），干涉条纹便瞬间消逝了，发生了量子退相干。

直观地看，测量使得密度矩阵的非对角元消失了。需要指出的是，密度矩阵非对角元消失只是一种表观现象，选择不同的基矢，有非对角元的矩阵有可能对角化为没有非对角元的矩阵；而对角矩阵也可以变换为有非对角元的矩阵。因此，要内在地判定一个系统是否是纯态，只须看其秩（rank）是否为 1。矩阵的秩是矩阵对角化后非零对角元的个数。如果它大于 1，则是混合

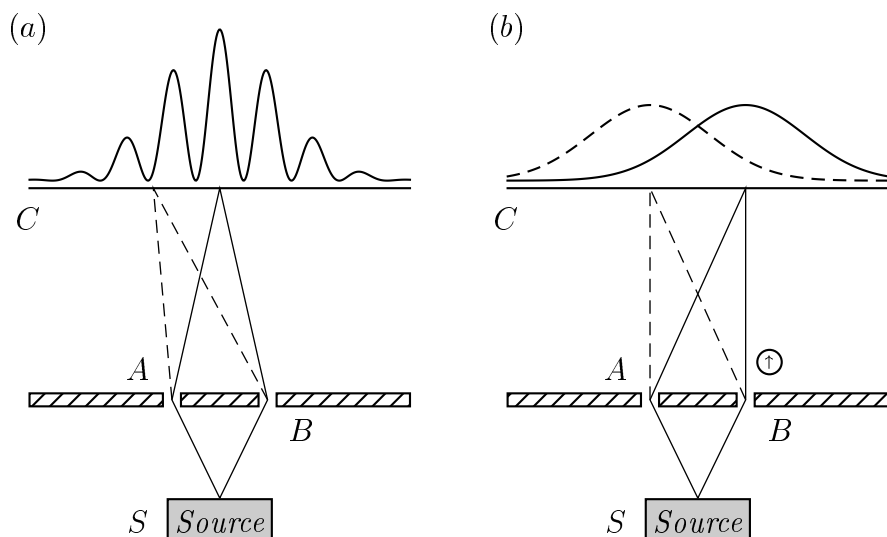


图 3: 波粒二象性与测量对量子干涉的破坏。图 (a) 没有对路径的测量, 能观察到干涉条纹; 图 (b) 进行了对路径的测量, 干涉条纹消失。 (取自文献 [2])

态, 反之代表一个纯态. 这个判据在矩阵的相似变换下是不变的, 不依赖于基矢的选择, 对于任意给定的密度矩阵, 这个判据也可以表达为检验

$$\rho^2 = \rho \quad (2.5)$$

是否成立. 显然, 等式 (2.5) 在相似变换下是不变的, 即当 $\rho \rightarrow \rho' = U\rho U^{-1}$ (2.5) 仍然成立. 由 (2.5) 知道, 若 $|\lambda\rangle$ 是 ρ 的本征函数,

$$\lambda|\lambda\rangle = \rho|\lambda\rangle = \rho^2|\lambda\rangle = \lambda^2|\lambda\rangle \quad (2.6)$$

从而 $\lambda = 1$ 或 0 . 这就证明了 (2.5) 式保证 ρ 的秩只能是 1.

§3 EPR 佯谬与 Bell 不等式

由于物质具有上述的波粒二象性, 许多不同寻常的量子特性会在微观世界凸现出来. 爱因斯坦、波多尔斯基和罗森提出的 EPR 佯谬就是最典型一个, 它涉及到量子力学是否完备 (是否存在着隐参数), 是否遵循定域性准则 (是

否破坏微观因果律)等根本性问题。爱因斯坦和玻尔介入并领导的许多量子力学基本问题的争论,都是缘于 EPR 佯谬才变得极为尖锐。

关于量子力学的哥本哈根解释,爱因斯坦等人不相信,对第 2 个粒子的测量结果,取决于对位于类空点的第 1 个粒测量了什么.他们坚信,如果两个粒子分开足够远-是类空的,对第一个粒子的测量不会影响第二个粒子(我们认为,即使影响,也只能是几率方式的). EPR 佯谬正是基于这种定域论的观点提出来的。爱因斯坦等人进一步分析了量子测量中的定域性问题,明确指出: 1) 或者量子力学的描述不完备; 2) 或者量子力学不满足“定域性”的准则. 爱因斯坦是倾向于物理现象必须满足“定域性”准则,也就是不能有超光速的物理量的传递. 爱因斯坦等人的分析,引起了许多人来探求关于量子力学的“隐参数”的理论. 他们对量子力学的“非议”引起了很大的震动,以致于玻尔不得不亲自出面回答这一疑难. 1935 年,玻尔在《物理评论》上写了一篇文章指出 [1], 如果两个局部体系 1 和 2 形成一个总体系,那末这一总体系将由两个局部体系 1 和 2 所形成的整体的波函数-EPR 态所描述. 因而就没有理由说,我们考察的局部体系 1 和 2 是某种互不相关的独立的实在. 即使这两个局部体系定义在特定类空时空点上,也不能认为它们是两个互不相关的局部的实在. 因此,从量子力学解释的哥本哈根观点来看,对于系统 1 的测量将会影响到粒子 2. 实际上,玻尔并没有真正反对爱因斯坦等人所提出的“佯谬”,而只是说,量子力学不一定满足定域性的原则,但它的描述是完备的.

回答玻尔和爱因斯坦谁的意见更正确,只好由实验加以检验. 1964 年,贝尔(J.Bell)进一步发展了爱因斯坦等人的思想. 他认为, EPR 佯谬预示的双粒子系统的关联性,可以用“隐参数”来加以说明. 为此,贝尔提出了一个来自于“定域”的隐变量理论的不等式,它对于对粒子体系关联的预言和量子力学预言的结果不同,从而可以从实验上来判断那一种理论更为正确. 到 1964 年 J.S.Bell 提出了著名 Bell 不等式以前,人们对这种定域和非定域问题争论还仅局限于纯理论和理想实验层面. Bell 不等式才第一次给出了用实验去判断爱因斯坦定域性要求和量子力学基本预言的差别的准则,以断定究竟什么是正确的. 从 1972 到现在,先后有许多人进行了不同类型的实验,结果大多数实验和量子力学相一致,只有个别实验倾向支持贝尔不等式. 这样一

来，问题变得十分尖锐。

以下先扼要地介绍一下 EPR 佯谬的基本思想。考虑一个由两个粒子组成的复合系统。如果这一双粒子系统的始态中总动量 $p = 0$ ，那末在两个粒子分开后，按照动量守恒定律，第一个粒子的动量 p_1 必定与第二个粒子动量 p_2 有关联，即 $p_1 = -p_2$ ，作反向飞行。但在未测量前，人们并不十分清楚 p_1 或 p_2 的方向和它们的绝对值的大小。当探测器测到了粒子 1，得到 $p_1 = q$ 以后，粒子 2 必将处在 $p_2 = -q$ 态上。问题是，在量子系统的测量过程中，有一个“整体的”波包塌缩的现象：探测器将从某个描述粒子 1 的波包中“选择”动量为 $p_1 = q$ 的平面波。按照量子力学的哥本哈根解释，这一“选择”对应仪器和波包间某种“不可控制的相互作用”的结果。在这种“不可控制相互作用”影响下，可能有 $p_1 = q$ ，也可能 $p_1 = s, \dots$ 等等。但令人奇怪的是：只要探测器量出 $p_1 = q$ ，那末不论是否对粒子 2 的波包进行测量与否，就必然有 $p_2 = -q$ ，描述粒子 2 的波包也将自动发生塌缩现象。粒子 1 和粒子 2 的波包一起塌缩，我们也称之为整体波包塌缩。

从数学上讲，上述的 EPR 态是“距离差算子” $x_1 - x_2$ 和“动量和算子” $p_1 + p_2$ 的共同本征函数，是一种特殊的量子纠缠态。我们可以把它表达为 [44]

$$|EPR\rangle = |x, p\rangle = e^{ip_1 x_2} |x\rangle \otimes |p\rangle \quad (3.1)$$

这里 $|x\rangle$ 和 $|p\rangle$ 分别是坐标 x 和动量 p 的本征函数。如果对粒子 1 测量，得到了一个确切的结果 p_1 ，测量后发生波包塌缩。塌缩体系后由密度矩阵为

$$\rho_I \simeq \langle p_1 | EPR \rangle \langle EPR | p_1 \rangle \quad (3.2)$$

这恰是一个纯态

$$\rho_I = |p - p_1\rangle \langle p - p_1| \quad (3.3)$$

紧接着测量第 2 个粒子动量必定得到一个确定的值 $p - p_1$ 。

EPR 态的一种直观的描述是由 Bohm 提出的 [45]。他考虑了处在自旋单态上的双电子体系，其波函数是

$$|EPR\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+z, -z\rangle - |-z, +z\rangle) \quad (3.4)$$

其中 z 代表自旋的轴， \pm 代表沿 z 轴的方向。如果测量第一个电子的 z 方向自旋，我们可以 50% 几率得到沿 $+z$ 方向的电子和 50% 沿 $-z$ 方向的电子。当第

一个电子被发现沿 $+z$ 方向，整个波函数被塌缩到态 $|+z, -z\rangle$ 上。这时再测量第二个电子，必得到确定的结果，自旋沿 z 轴向下。即使是两个粒子分开得很远，这种关联仍然是存在的。可见，量子关联或量子纠缠是波包塌缩的一个直接的结果。与经典情况类比，这种情况看上去并不很特殊。假设一个黑盒子里放了一只白球和一只黑球。你伸手到到盒子里随便摸一只，得到黑和白球的几率各为 $1/2$ 。但是一旦你拿到了一只黑球，然后把盒子拿开，不管多远，你仍然可以断定盒子里一定是白球。这种经典关联是人们事先制备好的，不足为奇。然而，量子情况并非如此简单，上述 EPR 态除了描述二电子系统沿 z 方向自旋的关联，它同样可以描述沿 X 方向自旋的关联，或沿任意方向 n 自旋的关联 (如图 4 所示)。这种可以用一个态，描述不同方向自旋关联的奇妙特性，是量子纠缠的典型特征。这是因为，通过 S_x 的本征态

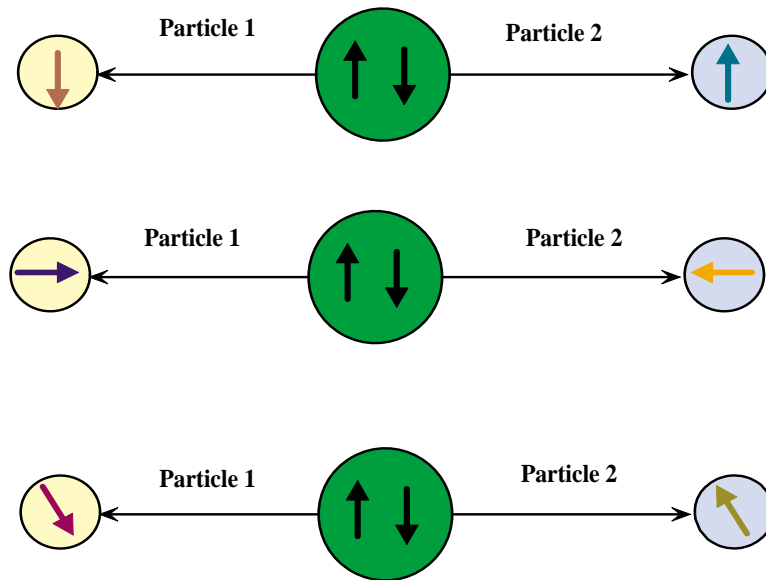


图 4: EPR 关联的量子特性

$$|\pm x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+z\rangle \pm |-z\rangle) \quad (3.5)$$

可以把上述 EPR 态表达为

$$|EPR\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-x, +x\rangle - |+x, -x\rangle) \quad (3.6)$$

因此，如观察者测量 S_x ，必定会得到两个不同粒子的 X 方向自旋值的关联。

从上述讨论可以看出，对第二个粒子进行测量，得到结果依赖于事先对第一个粒子的什么力学量进行测量：如对第一个粒子测量 S_z ，得到结果 $+1/2$ ，则对第二个粒子测量 S_z 得到确定的 $-1/2$ ，而测量 S_x 得到结果是不确定的，得到 $\pm\frac{1}{2}$ 的几率各为 50%。一般说来，对任意方向 n ，我们仍然有

$$|EPR\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-n, +n\rangle - |+n, -n\rangle) \quad (3.7)$$

这种量子关联本质上还是起源于量子相干性和量子测量的波包塌缩。因此，在经典意义下，这种关联是很不确定的，究竟在一次测量中唯一的态 $|EPR\rangle$ 代表什么样的自旋关联，取决于事先对其中一个粒子做什么样测量。需要指出的是，EPR 态描述的两个电子自旋间关联，是具有相干性的，它既可以描述测量 S_z 时关联，又可以描述 S_x 之间的关联，但描述黑白球的经典关联的混合系综：

$$\rho = \frac{1}{2}|+z, -z\rangle\langle+z, -z| + \frac{1}{2}|-z, +z\rangle\langle-z, +z| \quad (3.8)$$

意味着单纯的经典几率事件。基矢变换会导致非对角元的产生，它不再描写其它方向自旋的关联。例如，但由 ρ 在 $|\pm x\rangle$ 基下只能表达为以下的形式

$$\rho = \frac{1}{2}|+x, -x\rangle\langle+x, -x| + \frac{1}{2}|-x, +x\rangle\langle-x, +x| + \text{non-diagonal terms} \quad (3.9)$$

单纯的 x-spin 关联是不存在。上面关于“盒子里黑白球”讨论与 EPR 量子态描述的关联是有本质差异的。

通过量子纠缠和经典纠缠物理上差别的讨论，我们对 EPR 关联精神实质已有了较好的了解。在此基础上，完全可以按着 Bell 的原来的讨论，证明 Bell 不等式。Bell 的证明是基于下列两个假定：一个是存在人们尚未知晓的隐变量 l (下面假定 l 连续变化)；另一个就是要求理论是定域性的。设在“空间点” A 测量粒子 1 的自旋沿空间方向 a 投影 $\sigma \cdot a$ (σ 是 Pauli 矩阵) 所得结果记为 $A(a, l)$ ，仅依赖于方向 a 和隐变量 l ，而 $A(a, l) = \pm 1$ ，隐变量 l 的取值决定了测量的结果。设另一个粒子 2 的自旋沿 b 方向的投影 $\sigma \cdot b$ 的取值记为 $B(b, l)$ ，依赖于方向 b 和 λ ， $B(b, \lambda) = \pm 1$ 。理论的定域性意味着 $A(a, l)$ 不依赖于 b ， $B(b, l)$ 不依赖 a ；关联性要求，对于 $a = b$ ， $A(a, l) = -B(b, l)$ 。两个粒子的自旋沿不同方向 a 和 b 的投影的关联用 $A(a, l)B(b, l)$ 刻画 (图 5)。由于中隐变量 l 尚未被揭示出来，要假设隐变量 l 有一个分布 $\rho(l)$ ， $\int \rho(l) dl = 1$ 。在实验中观测到的关联是对隐变

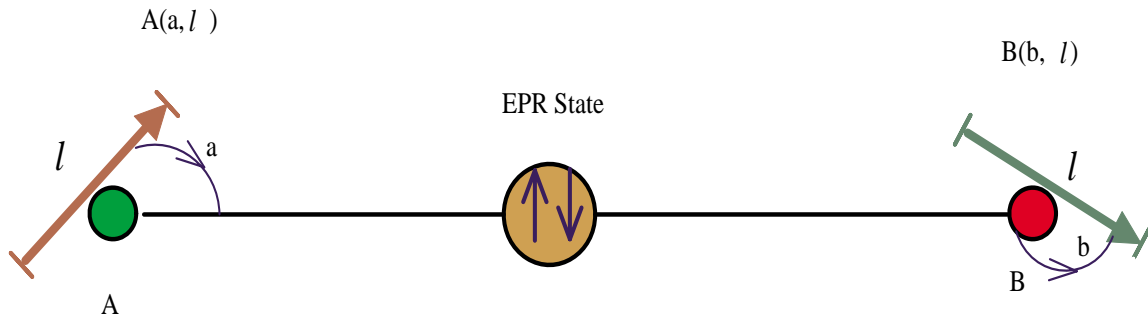


图 5: Bell 定域隐变量描述

量进行了平均后的结果，即

$$\int \rho(l)A(a,l)B(b,l)dl \equiv \langle A(a)B(b) \rangle \quad (3.10)$$

它相当于量子力学中的期望值 $\langle EPR | \sigma \cdot a \otimes \sigma \cdot b | EPR \rangle$.

下面考虑粒子 1 自旋沿 a (或 a') 方向的投影与粒子 2 自旋 b (或 b') 方向的投影的联系

$$\begin{aligned} p &= |\langle A(a)B(b) - A(a)B(b') \rangle| \\ &= |\langle A(a)B(b)[1 \pm A(a')B(b')] \rangle \\ &\quad - \langle A(a)B(b')[1 \pm A(a')B(b)] \rangle| \end{aligned} \quad (3.11)$$

考虑到

$$|A(a)B(b)| \leq 1, |A(a)B(b')| \leq 1 \quad (3.12)$$

不难得到

$$p \leq \langle |1 \pm A(a')B(b')| \rangle + \langle |1 \pm A(a')B(b)| \rangle \quad (3.13)$$

于是，我们有广义的 Bell 不等式

$$|\langle A(a)B(b) - A(a)B(b') \rangle| \leq 2 \pm (\langle A(a')B(b') \rangle + \langle A(a')B(b) \rangle) \quad (3.14)$$

先讨论两个粒子处于自旋单态的情况。取 $a' = b' = c$ (两个电子沿同一方向的投影)。对于自旋单态，我们有 $\langle A(c)B(c) \rangle = -1$ 而 $\langle A(b)B(c) \rangle = \langle A(c)B(b) \rangle$ 。式 (3.14) 化为

$$|\langle A(a)B(b) - A(a)B(c) \rangle| \leq 1 + \langle A(b)B(c) \rangle \quad (3.15)$$

这是 Bell 不等式的标准形式，适用于自旋为 $1/2$ 的二粒子体系处于自旋单态的情况。

可以证明，上列 Bell 不等式与量子力学理论是矛盾的。例如，假设 a, b, c 三个方向依次相差 60° ，按量子力学，在自旋单态下，我们可以计算 $\sigma \cdot a \otimes \sigma \cdot b$ 在 EPR 态上的平均值（它代表了对第一个粒子和第二个粒子测量不同方向的自旋时的关联）。由于直接计算可以证明。

$$\begin{aligned} (\sigma \otimes 1 + 1 \otimes \sigma)|EPR\rangle &= 0 \\ (\sigma \cdot a)(\sigma \cdot b) &= a \cdot b + i\sigma \cdot (a \times b) \end{aligned} \tag{3.16}$$

因此

$$\begin{aligned} \langle EPR|\sigma \cdot a \otimes \sigma \cdot b|EPR\rangle &= -\langle EPR|\sigma \cdot a \sigma \cdot b|EPR\rangle \\ &= -a \cdot b - i\langle EPR|\sigma \otimes 1|EPR\rangle \\ &= -a \cdot b = -\cos\theta_{ab} \end{aligned} \tag{3.17}$$

其中 θ_{ab} 是 a 和 b 的夹角。当 $\theta_{ab} = \pi/3, \theta_{bc} = \pi/3, \theta_{ca} = 2\pi/3$ 时，利用上述的一般表达式，我们作以下的具体计算。

$$\langle A(a)B(b)\rangle = -1/2, \langle B(b)B(c)\rangle = -1/2, \langle A(a)B(c)\rangle = 1/2 \tag{3.18}$$

代入式 (3.15)，左边 $= |-1/2 - 1/2| = 1$ ，而右边 $= 1 - 1/2 = 1/2$ 所以，量子力学理论与 Bell 不等式矛盾。

利用纠缠光子对实验，Aspect 等检验了 Bell 不等式的等价形式 [11]。测量结果基本与量子力学预期值相符，而与这个等价的不等式明显偏离达 5 个标准偏差。后来，一些更精确的实验进一步肯定了 Aspect 的结果。但是，Aspect 以及更早一些时候进行的检验 Bell 不等式的实验，采用的多是原子级联衰变产生的双光子源。由于原子本身的反冲运动，辐射的一对光子并不严格处于相反方向上。如果光子 1 在确定的方向上被测量，光子 2 可能处在一个很大的空间立体角范围，这就是所谓的收集效率漏洞。采用自发参量下转换 SPDC（Spontaneous Parametric Down Conversion）产生的双光子来作检验 Bell 不等式的实验，Shih(史砚华)、Alley、Kwiat 和 Strekalov 等人便克服了上述问题，进一步检验了 Bell 不等式 [13]。

§4 路径选择测量与量子纠缠 (Entanglement)

以上介绍了一种特殊量子纠缠态 -EPR 态的奇妙特性。其实，一般的量子纠缠态是量子测量问题的关键。测量所导致干涉条纹消逝的现象，来源于波粒二象性的互补原理。按着海森堡坐标—动量测不准关系，这个问题可以描述为测量对粒子动量不可控制的扰动。然而，目前理论和实验的研究都表明，不可控制的扰动不是解释干涉条纹消失的唯一机制，还存在另外的机制 - 量子关联或量子纠缠，来解释路径选择 (“which-way”) 实验中的干涉条纹消逝现象 [34-37]。

事实上，产生量子纠缠是量子测量过程的必然要求。量子测量的操作只不过是仪器的状态 “读出” 被测系统的状态。要用量子力学描述这种 “读出” 的过程，就必须有被测系统和测量仪器之间的关联。若 $|\psi\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$ 是被测系统的待测状态，则量子关联或量子纠缠可以由系统加仪器形成的总系统的波函数

$$|\Psi\rangle = \sum_n c_n |n\rangle \otimes |e_n\rangle \quad (4.1)$$

描述，其中 $\{|e_n\rangle\}$ 是仪器的一组波函数。这种关联是一种相干叠加。一旦我们知道仪器是处于 $|e_n\rangle$ 态上，整个波函数便塌缩到 $|n\rangle \otimes |e_n\rangle$ 上，从而断定系统的状态是 $|n\rangle$ 。要指出的是，EPR 态之所以是一种特殊的量子纠缠态，是因为直积 $|n\rangle \otimes |e_n\rangle$ 的两个部分 $|n\rangle$ 和 $|e_n\rangle$ 是对称的：描述同一种粒子， $|n\rangle$ 和 $|e_n\rangle$ 各自正交，并张成的维数相同的 Hilbert 空间。对一般的量子纠缠态，无须要求这种对称性。

从物理本质上讲，显示自旋存在的 Stern-Gerlach(SG) 实验就反映了这样一种量子关联，即从原子的空间分布读出内部状态自旋的存在 [3]。SG 实验很直观地说明了量子关联的确是导致量子退相干的原因，但由于在实验中磁场的作用改变了原子的动量，故很难看出 “不可控制的动量扰动” 是否间接地起了作用。为了突出问题的实质，我们稍加详细地介绍德国 Rampe 研究小组利用冷原子 Bragg 散射进行的 “which-way” 实验 [19]。在这个冷原子 Bragg 散射实验中 (如图 6)，让原子束 A 以特定的夹角入射到驻波场中。由于原子的跃迁频率 ω_a 与驻波场的频率 ω 是大失谐的，即 $|\omega_a - \omega|$ 与相互作用强度相比很

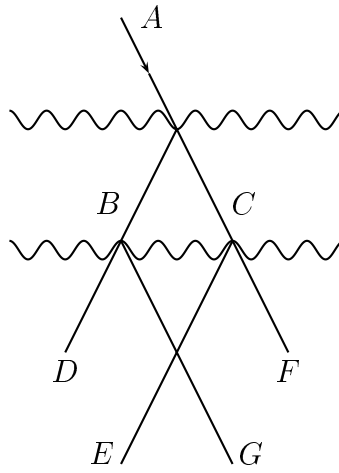


图 6: 冷原子两次 Bragg 散射示意图 (取自文献 [3])

大，原子在驻波场中的运动将不易发生内部能级间的跃迁，从而使原子的质心运动经历一个周期场，体系的有效哈密顿可以写为：

$$H = \frac{p^2}{2m} - \frac{\hbar^2 g^2}{4\Delta} \cos^2 kx \quad (4.2)$$

其中 $\Delta = \omega - \omega_a$ 。哈密顿的推导和相应的 Bragg 散射的讨论详见 [3]。与电子在周期晶格上的 Bragg 散射相类比，我们会看到，对于适当的入射角，原子束会对称地分为两束 B 和 C 。再经过一次 Bragg 散射， B 和 C 将分别分为 D 束和 G 束及 E 束和 F 束； D 束和 E 束、 F 束和 G 束将分别发生干涉，形成如图 7 所示的干涉条纹。实验中采用的原子是 ^{85}Rb ，其激发态 $5^2P_{3/2}$ 记为 $|e\rangle$ ，其

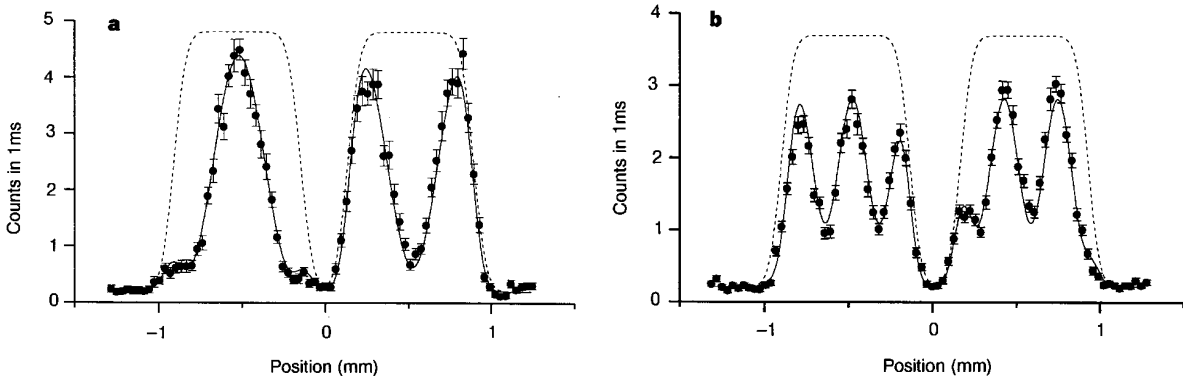


图 7: 干涉条纹 (取自于文献 [19])。

基态 $5^2S_{1/2}$ 相对于总角动量 $F = 2$ 和 $F = 3$ 分裂为两个超精细态 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ ，如图 8 所示。

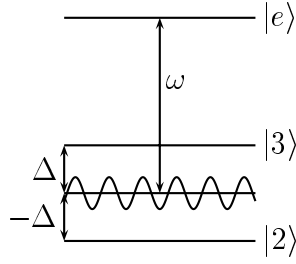


图 8: Rampe 实验中的 ^{85}Rb 能级结构和光场选择 (取自文献 [3])

我们取驻波场的频率 ω 正好在 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 中间。这使得失谐量相对于 $|2\rangle$ 是小于零的, 而相对于 $|3\rangle$ 是大于零的, 即

$$\Delta_2 = \omega - \omega_g(2) < 0, \quad \Delta_3 = \omega - \omega_g(3) > 0. \quad (4.3)$$

根据 [17] 的结论, 如果方程 (??) 的 Δ 改变符号, 则在 Bragg 散射的过程中, 内部状态不变, 但空间状态改变符号。因此, 开始制备在状态 $|3\rangle$ 上的原子, 经 Bragg 散射后, 空间状态不变号, 而开始制备在状态 $|2\rangle$ 上的原子, 经过 Bragg 散射后变号。

在 Rampe 小组的实验中, 为了实现空间态和内部态的关联, 他们先在 $|2\rangle$ 态上加一个 $\sim 3\text{GHz}$ 的 $\frac{\pi}{2}$ 微波, 产生 Rabi 转动, 使得原子处于叠加态 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|3\rangle + |2\rangle)$ 上, 然后经过 Bragg 散射, 分为内态为 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|3\rangle - |2\rangle)$ 的 B 束和内态为 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|3\rangle + |2\rangle)$ 的 C 束; 再施加相同的 $\frac{\pi}{2}$ 微波产生第二次 Rabi 转动, 使得 B 束内态为 $|2\rangle$, C 束内态为 $|3\rangle$ 。通过上述 Rabi 转动 (如图 9), 我们用内态对空间状态进行

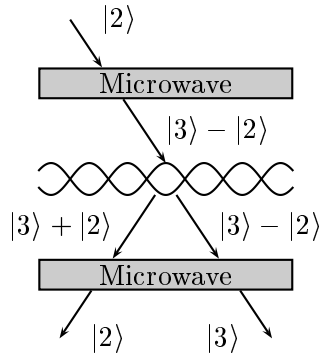


图 9: Bragg 散射与 Rabi 转动结合产生内部—空间关联 (取自文献 [3])

了标记，产生了一个量子纠缠态

$$|\psi\rangle \sim |\psi_B\rangle \otimes |2\rangle + |\psi_C\rangle \otimes |3\rangle, \quad (4.4)$$

从而，实验中显示的干涉条纹消失了（如图 10）。实验结果进一步显示，整

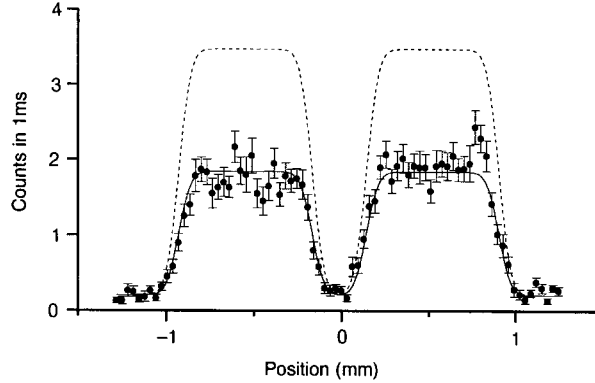


图 10: “which-way” 观察导致干涉条纹消失 (取自于文献 [19])。

个干涉条纹包络的宽度是不变的。这个事实表明，由此展现的量子退相干不能解释为测量对原子质心动量的力学扰动。事实上，要抹掉干涉条纹，力学效应必须引起横向动量的弥散，其大小相当于条纹的空间周期，从而使得整个条纹的包络加宽。然而，在实验中，这个包络宽度不变，说明动量扰动不是本实验中干涉条纹消失的原因。详细讨论请见 Rampe 小组的文章 [19]。

另外一个 “which-way” 实验是利用介观环完成的 [22]。在一个电子平均自由程可以与其空间尺度相比拟的介观环中（如图 11），从 A 点注入的电子。平均地看来，还没来得及与晶格碰撞便在 B 点相干地会聚在一起。来自不同路径的电子会保持原来的相位记忆，产生 Aharonov-Bohm(AB) 效应，即在 B 点测得的电流是穿过介观环磁通 ϕ 的振荡函数。需要指出的是，这里的磁场被限制在垂直于环面的罗旋管内，并无电子与磁场间的“直接相互作用”。然而，为了探知是否有电子通过一支臂 D，实验人员在介观环的 D 臂附近放置一个所谓的量子点接器 (QPC)，通过库仑阻塞效应 (Coulomb blockade)，监测 D 臂中电子的运动。在这个探测中，D 臂中电子并没有与 QPC 中电子的直接相互作用，不产生可观的力学动量扰动。然而，实验发现 QPC 的探测能力越强，B 处电流的相干效应越小，甚至使得相干性完全消失。这个结果仍可以解释

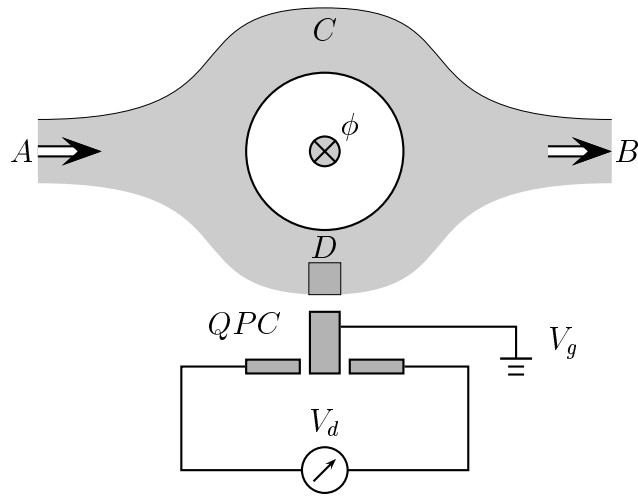


图 11: 用量子点接触和介观环实现的 which-way 观测示意图。

为量子纠缠效应，即可以把电子的状态写为

$$|\psi\rangle = |\phi_c\rangle \otimes |\xi_c\rangle + |\phi_d\rangle \otimes |\xi_d\rangle, \quad (4.5)$$

其中 $|\xi_c\rangle$ 和 $|\xi_d\rangle$ 分别代表与 C 和 D 臂电子分波 $|\psi_c\rangle$ 及 $|\psi_d\rangle$ 相耦合的 QPC 状态，它们的重叠积分代表上述介观环 AB 效应的分辨率。要指出的是，对光子系统和介中子系统观，人们也证实了相同的结论 [20,21]。

§5 量子测量的因子化动力学理论

从以上讨论可以看出，量子纠缠是量子测量理论乃至量子力学最重要的观念之一。由此我们可以给出量子测量的一般动力学描述。在冷原子 Which-way 实验的分析中，已经蕴涵了量子测量动力学理论的基本思想。通过相互作用描述量子力学测量过程的思想，最早可以追溯到 1935 冯·诺意曼的开拓性研究。由于微观粒子的运动服从量子力学的基本定律，而仪器是由这样多个微观粒子组成的，仪器也应当用量子力学加以描述。因此，只要适当地引入被测系统和仪器间的相互作用，从系统 + 仪器的总系统的薛定谔方程，人们期望可以推导出波包塌缩。

实际上，量子测量动力学理论是假定了仪器和系统之间的某种特殊的相互作用。设 $\{|n\rangle|n = 1, 2, \dots, \}$ 是被测系统希尔伯特空间 V_s 的完备正交基矢，

$|e_n\rangle$ 是仪器希子伯特空间一组矢量，恰好对应于 $|n\rangle$. 量子测量或预量子测量 (pre-quantum measurement) 过程可表达为由因子化初态

$$|\psi(0)\rangle = (\sum c_n |n\rangle) \otimes |e\rangle \quad (5.1)$$

到量子纠缠态

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t) |n\rangle \otimes |e_n\rangle \quad (5.2)$$

的时间演化，其中 $|e\rangle$ 是仪器的初态； $|e_n\rangle$ 是通过相互作用产生的与系统态相关联的末态.

在量子测量的这种描述中，量子退相干的出现是量子纠缠的必然结果. 考察对应于量子态 (5.2) 的约化密度矩阵

$$\rho_s(t) = \sum |c_n|^2 |n\rangle\langle n| + \sum_{m \neq n} c_n c_m^* |n\rangle\langle m| \langle e_m | e_n \rangle. \quad (5.3)$$

如果能够“很好地区分”仪器状态 (这是理想测量所要求的), 仪器态的重叠积分

$$\langle e_m | e_n \rangle = \int \psi_m^*(q) \psi_n(q) dq \quad (5.4)$$

要趋近于零，其中 q 笼统代表仪器座标 $\psi_n(q) = \langle q | e_n \rangle$, (下图 12 直观地描述了其物理图象). 这时，约化密度矩阵变成了一个混合态:

$$\rho_s(t) = \sum |c_n|^2 |n\rangle\langle n| \quad (5.5)$$

然而，对于量子测量应用而言，什么样的相互作用会产生这样的量子纠缠呢？一般地说来，要求演化矩阵具有“半因子化”的形式

$$U(t) = \sum_n e^{-iE_n t} |n\rangle\langle n| \otimes U_n(t) \quad (5.6)$$

其中 $U_n(t)$ 是作用在外部空间上的有效演化矩阵，它把 $|e\rangle$ 演化成 $|e_n\rangle$. 待测的可观察量 A ，在演化的过程中是不变的，即是一个守恒量。可以断定，量子系统加上仪器的总哈密顿的形式必为

$$H = H_s + H_I + H_e = H_0 \otimes I + \sum_n |n\rangle\langle n| H_n \quad (5.7)$$

其中

$$H_0 = \sum E_n |n\rangle\langle n|, H_n = U_n(t)^{-1} i \frac{\partial}{\partial t} U_n(t) \quad (5.8)$$

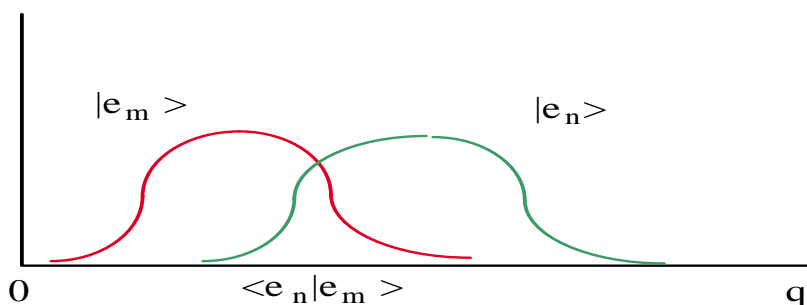


图 12: 仪器态重叠积分

$$H_I = \sum V_n(x)|n\rangle\langle n|, V_n = (H_n - H_e), \quad (5.9)$$

很明显, H 满足所谓的量子非破坏测量条件 [31,47]:

$$[H_0, H_I] = 0, [H_e, H_I] \neq 0 \quad (5.10)$$

上述 (5.10) 第一式代表产生量子纠缠的相互作用并不影响系统的状态, 而第二式代表系统的存在却能有效地影响仪器 (或环境) 的状态. 这样一类量子非破坏测量实验恰好说明, 量子测量导致量子退相干的讨论无须引入“不可控制扰动”的主观参与的观念. 如果把量子退相干或波包塌缩直接理解为相干条纹的消失, 则应用系综的观念就足以解释现有实验的一切问题. 事实上, 过份地强调单粒子测量的随机塌缩, 也许并不是真实物理实验的要求.

剩下的问题, 需要讨论在什么情况下能“很好地区分”仪器状态, 使得称之为退相干因子的重叠积分会变为零, 从而实现一个理想的量子测量. 我们将论证仪器或环境的宏观性的确会满足上述要求. 这方面的研究的一个开拓性工作是由 Hepp 作出的. 由于 Hepp 这个工作主要是在与 Coleman 通信中受到关键性的启发, 人们通常把 Hepp 建立的量子测量的动力学模型称为 Hepp-Coleman 模型 (HC 模型). 虽然 J.Bell 曾对这个模型的一些结论提出了批评 [32], 但并

不影响其主要思想的正确性。以下介绍主要依据 Bell 的表述进行，并对 Hepp 的讨论加以适当的修正。

在 HC 模型中 (图 13)，被测系统是一个动能项为 cP ，自旋为 $\frac{1}{2}$ 的极端相

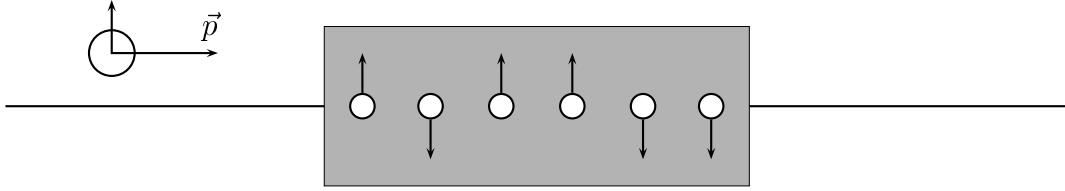


图 13: 极端相对论的自旋粒子与自旋阵列相互作用 (取自于文献 [3])

对论粒子。用 $\sigma_1(0), \sigma_2(0)$ 和 $\sigma_3(0)$ 表示它的自旋算子；测量仪器是由 N 个固定于格点上的自旋 $1/2$ 的粒子组成的阵列，当极端相对论粒子通过这个自旋阵列时，由于自旋耦合阵列中的自旋将按某方式反转。从阵列反转的形式可以确定被测粒子的自旋状态。现在写下 HC 模型的哈密顿量

$$H = cP_x + \frac{1}{2}(1 + \sigma_3(0)) \sum_{j=1}^N V(x - j)\sigma_2(j), \quad (5.11)$$

其中 $V(x)$ 是依赖于位置 x 的耦合常数， $\sigma_i(j) (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, \dots, N)$ 代表阵列中第 j 个自旋的 Pauli 矩阵。由于相互作用项中出现 $\frac{1}{2}(1 + \sigma_3(0))$ ，在不同自旋态上的极端相对论粒子将对仪器产生很不相同的相互作用。设

$$|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

设初始时刻仪器中的每个自旋均处于自旋向下的状态，即

$$|e\rangle = |\downarrow\rangle \otimes |\downarrow\rangle \otimes \dots \otimes |\downarrow\rangle$$

代表仪器的初态。由

$$|\Psi(x, 0)\rangle = \langle x|\Psi(0)\rangle = \psi(x)[(\alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle)] \otimes |e\rangle$$

代表大系统（仪器加被测系统）的初态。这里 $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$ 代表极端相对论粒子的空间波函数，而其自旋处于相干叠加态 $|\chi(0)\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle$ 上。

为了计算系统的时间演化，先写出相互作用表象中的模型哈密顿量

$$H_I = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} V(x-j+ct) [1 + \sigma_3(0)] \sigma_2(j), \quad (5.12)$$

和相应的演化矩阵

$$U_I(t) = \prod_{j=1}^N e^{-iF(x-j+ct)\sigma_2(j)\frac{1}{2}[1+\sigma_3(0)]} \quad (5.13)$$

其中

$$F(x-j+ct) = \int_{-\infty}^t V(x-j+ct') dt' = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^{x-j+ct} V(y) dy$$

通过计算可以直接求出 t 时刻的波函数

$$|\Psi(x, t)\rangle = U(t)|\Psi(x, -\infty)\rangle = \Psi(x-ct)(\alpha|\uparrow\rangle \otimes \prod_{j=1}^N \otimes U_j(t)|\downarrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle \otimes |e\rangle) \quad (5.14)$$

其中

$$U_j(t) = e^{-iF(x-j)\sigma_2(j)} = \cos F(x-j) - i\sigma_2 \sin F(x-j)$$

是相应由被测粒子自旋向上状态作用在自旋阵列中的第 j 个自旋上的有效演化矩阵。

如果选择 $V(x)$ 在整个空间上积分是有限的且归一化为 $\int_{-\infty}^{\infty} V(x) dx = \frac{\pi}{2}$ ，则当 $t \rightarrow \infty$ 时 $F(x-j+ct) \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ，有

$$\begin{aligned} U(t)|\uparrow(0)\rangle \otimes |\downarrow\rangle \otimes \cdots \otimes |\downarrow\rangle &\sim |\uparrow(0)\rangle |\uparrow\rangle \otimes \cdots \otimes |\uparrow\rangle, \\ U(t)|\downarrow(0)\rangle \otimes |\downarrow\rangle \otimes \cdots \otimes |\downarrow\rangle &\sim |\downarrow(0)\rangle \otimes |\downarrow\rangle \otimes \cdots \otimes |\downarrow\rangle \end{aligned} \quad (5.15)$$

上式表明，如果被测粒子处于自旋向上状态，它通过自旋阵列后，阵列中的 N 个自旋全部反转，而当被测粒子处于自旋向下状态时，阵列中自旋不变。当 N 很大时，总自旋改变的效应是十分明显的，从而实现了一个理想的量子测量。在宏观极限下，有限时间演化仍然能够很好地描述量子测量过程。这时，阵列在 z 方向自旋平均值的改变为

$$\Delta S_z = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \langle \Psi(t) | \sigma_3(j) | \Psi(t) \rangle + \frac{1}{2} N = |\alpha|^2 \sum_{j=1}^N \sin^2 F(x-j) \quad (5.16)$$

在弱耦合极限下， $\int_{-\infty}^t V(y) dt$ 是一个小量，即 $\sin^2 F(x-j) \simeq F^2(x-j)$ 。假设 $V(x)$ 是一个常数，则有 $\Delta S_z = 2NV^2t^2$ 。通常我们取 van Hov 极限：在 $N \rightarrow \infty$ 和 $V \rightarrow 0$ 时 $V\sqrt{N} \rightarrow$ 有限值。这时自旋的改变是有限大的宏观量。

写下约化密度矩阵

$$\begin{aligned}\rho &= \text{Tr}_d(|\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|) \\ &= |\psi(x-ct)|^2(|\alpha|^2|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |\beta|^2|\downarrow\rangle\langle\downarrow| + \alpha\beta^*|\uparrow\rangle\langle\downarrow|F(N,t) + \text{h.c.})\end{aligned}\quad (5.17)$$

这里约化密度矩阵的非对角元伴随着一个因子化的退相干因子

$$F(N,t) = \prod_{j=1}^N \langle\downarrow|u_j\rangle = \prod_{j=1}^N \cos F(x-j)\quad (5.18)$$

显然， $|\cos F(x-j)| \leq 1$ ，若 $F(x-j) \neq n\pi$ ， $(n = 0, 1, 2, \dots)$ 。 $N \rightarrow \infty$ ， $F(N,t) \rightarrow 0$ 。组成仪器的粒子数 $N \rightarrow \infty$ ，意味着仪器是宏观的，故 $N \rightarrow \infty$ 极限称为宏观极限。以后将进一步证明 $F(N,t)$ 的因子化结构是实现量子退相干的关键。

上述讨论表明，作为一个典型例子，HC 模型显示了在量子力学框架下实现波包塌缩的可能性。但由于 HC 模型没有包含仪器自由能量项 $\sum_{j=1}^N \omega_j \sigma_3(j)$ ，和被测粒子的自由能量项 $\omega \sigma_3(0)$ ，故不能描述测量过程中能量交换等问题。1992 年 Namik, Nakazato 和 Pascazio 首先推广了 HC 模型，使之包含了这些自由能量项，正确地描述了相关的物理问题。而后，我们通过分析和推广这些模型发现，上述的退相干因子的因子化结构对实现量子退相干起着重要作用。基于因子化结构的各种物理实现，可以把 HC 模型推广到更一般的情况。根据我们发展的因子化理论 [35-41]，如果把仪器想象成一个由 N 个无相互作用粒子组成的宏观物体，其状态必为 N 重直积，即

$$|e\rangle = \prod_{j=1}^N |e(j)\rangle, \quad |e_n\rangle = \prod_{j=1}^N |e_n(j)\rangle,\quad (5.19)$$

于是

$$F_{mn}(t) = \prod_{j=1}^N F_{mn}(j,t) \equiv \prod_{j=1}^N \langle e_m(j)|e_n(j)\rangle,\quad (5.20)$$

由于 $|F_{mn}(j,t)| = |\langle e_m(j)|e_n(j)\rangle| \leq 1$ ，当 N 趋于无穷大时， N 个小于 1 的量之积有可能变为零，即

$$F_{mn}(t) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 0.$$

这个结果表明，因子化结构是量子测量动力学模型的普遍要求。

§6 量子退相干过程的 QED 检验

基于量子测量的动力学因子化理论，上节的讨论主要强调，量子测量导致量子系统相干性的损失—量子退相干可以是一个逐渐出现的物理过程，而不一定是瞬间塌缩。Haroche 小组 1996 年完成的腔 QED 退相干过程观测实验 [23] 恰好证实这一点。

在他们实验中，通过测量的方法，量子微腔预先制备在相干态 $|\alpha\rangle$ 上；而经典微波场产生 Rabi 转动，把原子制备在一个叠加态

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle) \otimes |\alpha\rangle \quad (6.1)$$

其中二能级原子的能级 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 对应于上面讨论中的 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 。如果微腔的本征频率对于原子跃迁频率来说是大失谐的（与腔场—原子耦合强度相比是很大的），在原子穿过腔场的过程中，原子不发生内态的跃迁，但腔场会经受不同的演化，最后形成纠缠态

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{2}[|e\rangle \otimes |\alpha e^{i\phi}\rangle + |g\rangle \otimes |\alpha e^{-i\phi}\rangle] \quad (6.2)$$

其中 $\phi = t\Omega^2/\Delta$, $\Delta = \omega_a - \omega$ (详细推导见附录 I)。

在实际实验中（如图 14） $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 是铷原子的两个 Rydberg 能级，主量

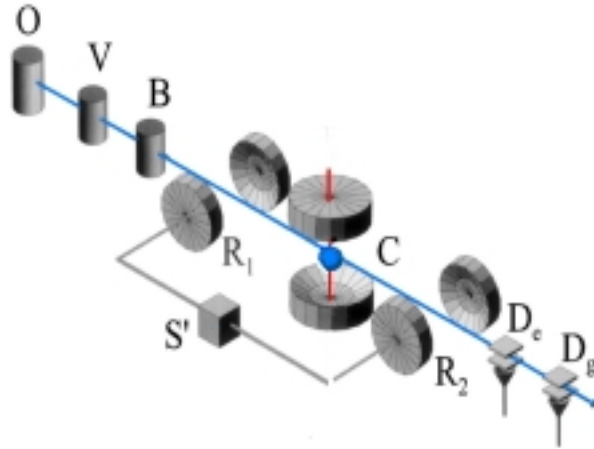


图 14: 实验装置示意图 (取自于文献 [23])

子数为 51 和 50，相应的跃迁频率为 51.099 GHz。它们的寿命较长，约 30 ms。C

是高 Q 超导 Fabry-Perot 腔，Q 值为 $5.1A!A10^7$ ，这相当于光子的寿命为 $160 \mu s$. 铷原子的这两个能级与光场有很强的作用， $\Omega/2\pi = 24KHz$. 源 S 用来给腔 C 注入光子，平均 C 中有 0 到 10 个光子不等. 而 R1 和 R2 是两个被 S 连续驱动的低 Q 腔，以用来产生 e 和 g 间的 Rabi 转动，S' 的频率是可调的. 实验最后用场电离探测器 De 和 Dg 来观察原子处在激发态和基态的数目，它们可在 10 分钟内记录 5000 个事件，效率为 40 % 左右. 由此可以很准确测得原子在基态上的率 P_g . 通过 R1 和 R2 的频率扫描（中心值与原子跃迁共振）可以给出作为频率 γ 的函数的几率 P_g ，即测得系统的 Ramsey 干涉条纹. 应当指出 e-g 的跃迁在腔 R1 和 R2 中均可能发生，但由于实验不能区分跃迁是在它们处发生的，这种作用没有记录 “Which-Way” 信息，从而保持很好的相干性.

原子经过腔 R1 后，被叠加到态 $|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle - |g\rangle)$ 上. 经过腔 C 后，腔一原子耦合系统便处在一个量子纠缠态

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle \otimes |\alpha e^{i\phi}\rangle - |g\rangle \otimes |\alpha e^{-i\phi}\rangle) \quad (6.3)$$

上，其中 $\phi = \frac{\Omega^2 T}{\Delta}$ 这里 T 代表原子穿过腔的时间，以后总系统将以 $|\psi(0)\rangle$ 为初态进行演化. 在低 Q 腔 R2 中，原子会再经历一次 Rabi 转动. 描述这个过程的有效哈密顿量是

$$H_R = \omega_a |e\rangle\langle e| + \Omega [e^{-i\gamma t} |e\rangle\langle g| + h.c.] \quad (6.4)$$

由此我们可以得到原子经过 R2 腔 Rabi 转动后的波函数 (详细推导见附录 I)

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\omega_a T} |e(t)\rangle \otimes |\alpha e^{i[\phi - \omega(T+t)]}\rangle - |g(t)\rangle \otimes |\alpha e^{-i[\phi(T+t)]}\rangle) \quad (6.5)$$

其中 $\omega'_a = \omega_a + \frac{\Omega^2}{\Delta}$ 且

$$\begin{aligned} |e(t)\rangle &= e^{-i\gamma t} \alpha(t) |e\rangle + \beta(t) |g\rangle \\ |g(t)\rangle &= e^{-i\gamma t} \beta(t) |e\rangle + \alpha(t) |g\rangle \end{aligned} \quad (6.6)$$

这里 θ 由 $\coth \theta = \frac{2\Omega}{\omega_a - \gamma}$ 决定由此，

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \cos Et - i \cos \theta \sin Et \\ \beta(t) &= -i \sin \theta \sin Et \end{aligned} \quad (6.7)$$

它给出原子最后跃迁到基态上的几率

$$P_g(t) = \frac{1}{2} - \text{Re}(\alpha' \beta (e^{-i\omega_a T} \sin \theta \sin Et [i \cos Et - \cos \theta \sin Et] \langle \alpha_+ | \alpha_- \rangle)). \quad (6.8)$$

对完全相干的情况 $\langle \alpha_+ | \alpha_- \rangle = 1$ ，微腔 C 最初被制备在真空态上， $\langle \alpha_+ | \alpha_- \rangle = 1$ 。这时，我们得到

$$P_g(t) \equiv P(\gamma) = \frac{1}{2} + [(\cos \omega_a T \cos \theta \sin Et - \sin \omega_a T \sin \theta \cos Et) \sin Et]. \quad (6.9)$$

特别对于大失谐情况 $|\omega_a - \gamma| \gg \Omega$ ， $\sin 2\theta \simeq \frac{2\Omega}{|\Delta|}$ ，我们得到一个理想的 Ramsey 干涉条纹

$$P(\gamma) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Omega}{|\Delta_0|} \cos \omega_a T \right) - \frac{1}{2} \cos[(\omega_a - \gamma)t - \omega_a T] \quad (6.10)$$

这显然就是 Haroche 小组实验中的图 15-a 所示的完全相干的 Ramsey 振荡。这种干涉强度必为腔场的量子纠缠所破坏。对于不同的退相干因子对于不同的退相干因子

$$|\langle \alpha_+ | \alpha_- \rangle| = e^{-D^2} \quad (6.11)$$

(其中 $n = |\alpha|^2$ 代表腔 C 中的光子数)， $D = 2\sqrt{n} \sin \phi$ 表征了两个相干态分开的程度；当微腔中累计的光子数越来越多，腔场变得越来越宏观，则作为重叠积分的退相干因子会变得越来越接近于零。当 $n = \infty$ 时（腔 C 的场完全“宏观”），原子完全退相干， $P = \frac{1}{2}$ ，Ramsey 干涉条纹完全消失。

以上描述的 Haroch 小组的实验也以十分确凿的证据提示我们，量子力学中的互补性原则主要体现在量子纠缠上。还需要指出的是，对于这类问题的讨论，Rampe 小组的 which-way 实验主要强调空间相干被破坏，而 Haroch 小组的实验主要强调时间的相干性（Ramsey 条纹）被破坏。

需要指出的是，上述讨论测量仪器只是具有一个分量（模式）的腔，与我们因子化理论中的多个分量乘积结构是有差别的。为了考察组成仪器多个分量（或粒子）的影响，Rempe 小组在 1997 年提出了如图（16）所示的多腔耦合方案，在它们的实验方案中，腔 C_0 与 C_1 具有线性耦合。若用 a_0^\dagger, a_1^\dagger 和 a_0, a_1 分别代表它们的产生、消灭算符，则耦合方式为

$$H_c = \Omega_c (a_0^\dagger a_1 + a_1^\dagger a_0) \quad (6.12)$$

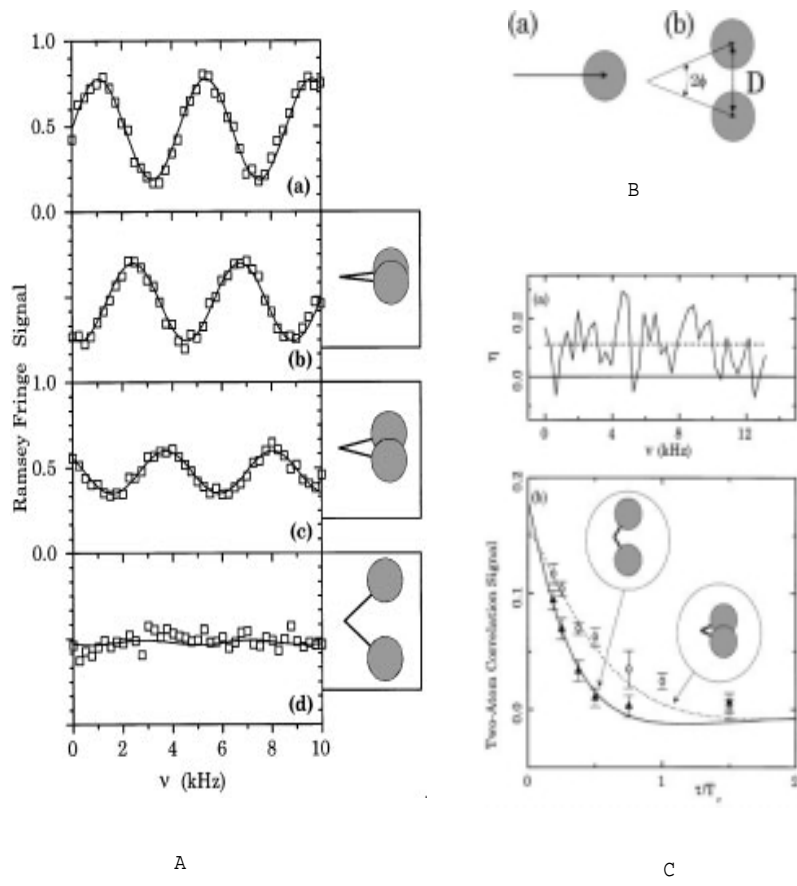


图 15: Haroch 小组 1996 实验结果: 累计的光子数越多, Ramsey 干涉条纹越模糊 (取自于文献 [23])

简单计算可以证明, 当 $t=0$ 时, 腔 C_0 处于相干态 $|\alpha_0\rangle$, 但 C_1 处于真空态时, t 时刻它们将分别处于相干态 $|\alpha(t)\rangle$ 和 $|\beta(t)\rangle$

$$\begin{aligned}\alpha(t) &= \alpha_0 \cos\left(\frac{\Omega ct}{2}\right) \\ \beta(t) &= \alpha_0 \sin\left(\frac{\Omega ct}{2}\right)\end{aligned}\quad (6.13)$$

如果有一个原子通过腔 C_0 时, 原子与两个腔形成的复合体系将处于纠缠态

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha e^{-i\phi}\rangle|\beta e^{-i\phi}\rangle|g\rangle + |\alpha e^{i\phi}\rangle|\beta e^{i\phi}\rangle|e\rangle)\quad (6.14)$$

如果在腔 R_1 中, 通过 Rabi 转动改变原子的状态 $|g\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |e\rangle)$, $|e\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle - |e\rangle)$, 最后一旦探测到原子在态 $|g\rangle$ 或 $|e\rangle$ 上, 两腔场将处在

$$|\Psi_c\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha e^{-i\phi}\rangle|\beta e^{-i\phi}\rangle \pm |\alpha e^{i\phi}\rangle|\beta e^{i\phi}\rangle)\quad (6.15)$$

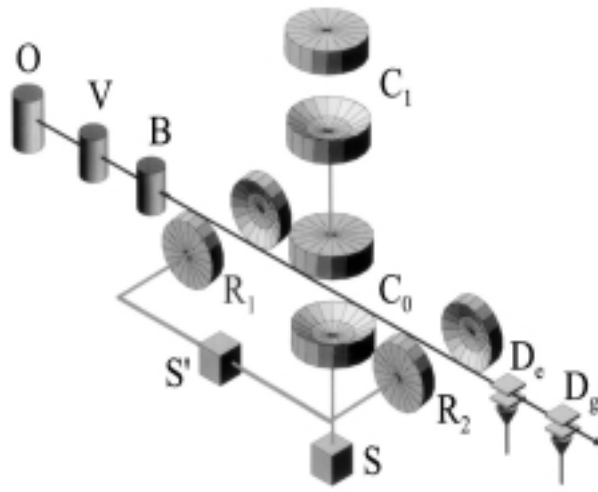


图 16: 实验装置示意图 (取自于文献 [23])

如果让两个原子相继通过腔 C_0 , 实验中可以测量条件计数几率: 若第一个原子在态 $|s\rangle$ 上, 第二个原子在态 $|k\rangle$ 上, 则条件计数率为 $P_{sk}(s,k=e,g)$ 。实验中的关联信号通常记 $\eta = P_{ee} - P_{ge}$ 。不难证明

$$\eta = \frac{1}{2} \text{Re}[\langle \alpha, \beta e^{-i\phi} | \alpha, \beta e^{i\phi} \rangle] = \frac{1}{2} e^{-2n \sin^2(\frac{\Omega_c t}{2}) \sin^2 \phi} \cos[n \sin^2(\frac{\Omega_c t}{2}) \sin 2\phi] \quad (6.16)$$

如图 16 左描述了两原子关联信号代表的一种具有“量子跳跃”的可逆量子退相干过程。

如果考虑无穷多个腔 $C_0, C_1, C_2, \dots, C_j \dots$ 的耦合其中 $\sum |\beta_j|^2 = \langle n \rangle$ 代表腔中平均光子数。关联信号最后可以写为

$$\eta = \frac{1}{2} \prod \text{Re} \langle \beta_j e^{-i\phi} | \beta_j e^{i\phi} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} (e^{-\sum |\beta_j|^2 (1 - \exp[-2i\phi])}) \quad (6.17)$$

如果腔场是衰变的 $\langle n \rangle = n(1 - e^{-\nu t})$, ν 是衰变率, 关联信号将不再振荡, 而是变成一个衰变函数 (如图 17 右) 从而出现量子退相干。这个实验由于技术原因尚未最后完成。

§7 薛定谔猫佯谬, 宏观物体的空间定域化与 C_{60} 分子干涉实验

以下将应用量子纠缠和因子化的观点, 对薛定谔猫和宏观物体的空间定域化问题给出可能的物理解答。定性地说, 一方面, 组成宏观物体的微观粒子

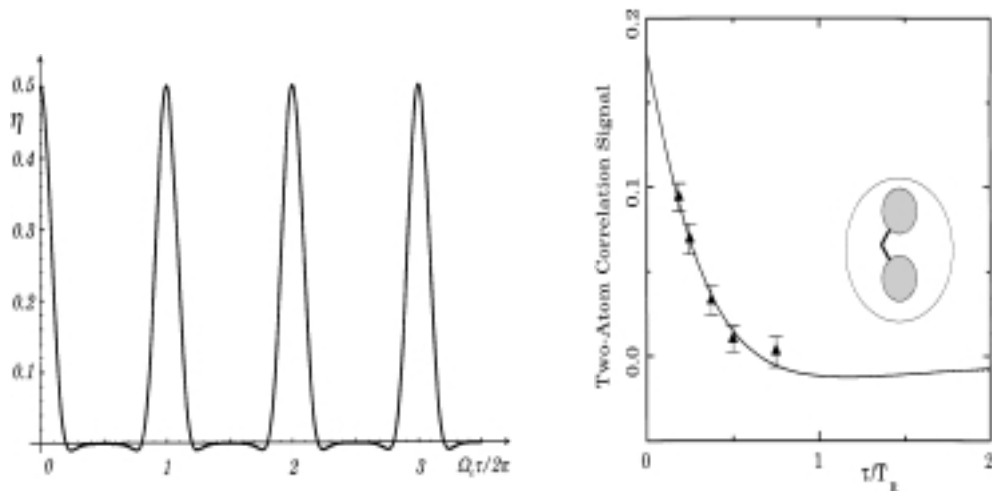


图 17: 多腔耦合的量子退相干: 左图是两腔耦合情况的两原子关联信号, $n=5$; 右图是多腔耦合情况的两原子关联信号 (取自于文献 [23])

的个体无规运动, 以及宏观物体所处的环境的内部随机运动, 会与宏观物体的集体自由度耦合起来。随着环境的自由度或组成宏观物体的粒子数增多, 与之相互作用的量子系统会出现量子退相干, 使得量子相干叠加名存实亡。由此看来, “薛定谔猫佯谬” 和宏观物体的空间定域化问题有可能起因于对问题的不恰当地表述。最近, C_{60} 分子干涉实验有可能对这些基本问题的理解给出进一步的实验检验 [24]。

与爱因斯坦一样, 作为量子力学创始人之一, 薛定谔对量子力学的“哥本哈根解释”也是心存怀疑的。他认为, 如果“哥本哈根解释”关于量子力学测量的讨论是正确的, 则对由满足量子力学的微观粒子组成的宏观物体也应是有效的。由此推论, 如果一只“宏观的猫”处在死态和活态的相干叠加态上, 猫的死活不再是一种独立于观察者主体的客观存在, 而是依赖于观察者测量。显然, 这是有背常理的, 从而量子力学的合理性和普适性均受到了严重的法难和挑战。薛定谔假想了一个理想实验 (图 18): 把一只猫和一个具有两个状态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的放射性粒子封闭在一个盒子里。当粒子处于激发态 $|1\rangle$ 上, 便会发出一种射线触动特定装置, 把猫杀死; 而粒子处在基态 $|0\rangle$ 时便不辐射, 猫则安然无恙。 $|D\rangle$ 和 $|L\rangle$ 分别代表猫的死态和活态, $|D, 1\rangle = |D\rangle \otimes |1\rangle$, $|L, 0\rangle = |L\rangle \otimes |0\rangle$ 。如果猫处在如下的相干叠加态

$$|cat\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|D, 1\rangle + |L, 0\rangle) \quad (7.1)$$

上,猫就会处在一种非死非活、又死又活的悬而未绝的状态。“死”和“活”的客观性在“哥本哈根解释”中是不存在;打开盒子后的测量和观察(主观参与)决定猫的命运。这个推论通常是不合理的,薛定谔也怀疑量子力学可能

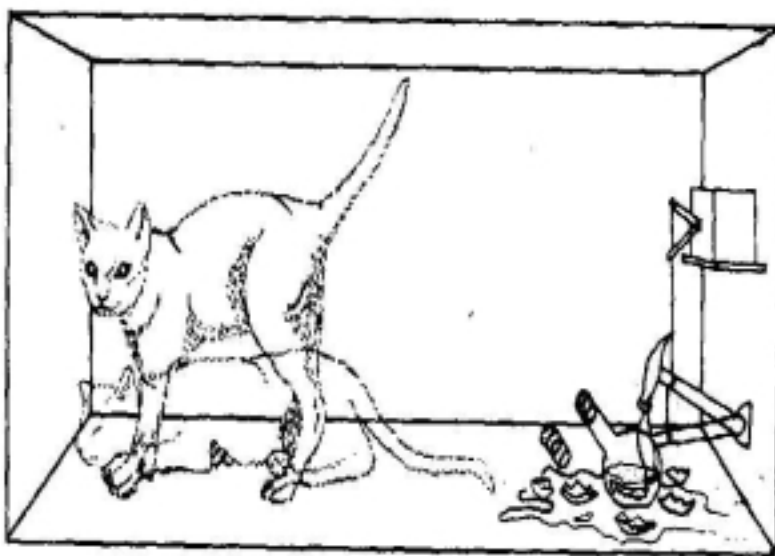


图 18: 薛定谔猫佯谬: (取自 Phys.Today,23,9)

有内在的不自恰性.

与薛定谔猫佯谬相联系是宏观物体空间局域化问题。它的讨论起源于 1950 年前后爱因斯坦和玻恩的通信 [45]。他们发现一个质量为 M 的宏观物体质心运动由自由哈密顿量 $H = p^2/2M$ 描述,其能量本征态是一个平面波。这是一个没有空间局域化特征的扩展态,与实际观察相矛盾:宏观物体是定域在空间特定区域内。因此,宏观物体波函数应是一个时间相关的波包,而不是一个平面波。然而,这个理解会导致一个新的矛盾:即波包会扩散,初始波包宽度为 a 的波包在 t 时刻波包宽度为

$$a(t) = a\sqrt{1 + \frac{t^2}{4M^2a^2}} \quad (7.2)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时,空间局域化将被破坏。玻恩对这个问题的解释是:宏观物体的质量 M 很大,从而 $a(t)$ 是一个变化很慢的函数,故宏观物体仍然可以在量子力学的框架下,通过一个很窄的扩展很慢的波包来描写。爱因斯坦进一步反驳了玻恩的观点:宏观物体的“波函数很窄”的要求,与量子力学基本原理 - 态叠

加原理是有矛盾的。设 $|\psi\rangle_1$ 和 $|\psi\rangle_2$ 是薛定谔方程的两个解，则 $|\psi\rangle = |\psi\rangle_1 + |\psi\rangle_2$ 也是薛定谔方程式的一个解，虽然 $|\psi\rangle_1$ 和 $|\psi\rangle_2$ 相对宏观坐标都很窄，但它们的叠加却不一定很窄。

从环境粒子与宏观物体散射导致量子测量的角度，Wigner[46] 及 Joos 和 Zeh [47] 讨论了解决上述问题的可能性。设 $|x\rangle$ 是宏观物体的位置本征态， $|\xi\rangle$ 是所有散射粒子的入射初态。由于宏观物体散射的反冲可以忽略，散射过程会导致与宏观物体位置的纠缠：

$$|x\rangle|\xi\rangle \xrightarrow{t} |x\rangle \otimes |\xi_x\rangle = |x\rangle \otimes S_x|\xi\rangle \quad (7.3)$$

其中 S_x 是相应于位置 x 的散射矩阵。因此，对任意波函数 $\psi(x)$ 有

$$\int dx \psi(x) |x\rangle |\xi\rangle \rightarrow \int dx \psi(x) |x\rangle S_x |\xi\rangle \quad (7.4)$$

这时宏观物体约化密度矩阵从初态 $\rho(x, x') = \psi(x)\psi(x')$ 改变为

$$\rho(x, x') \xrightarrow{t} \psi(x)\psi^*(x') \langle \xi | S_x^+ S_{x'} | \xi \rangle. \quad (7.5)$$

进而，通过散射平移不变性的分析，他们计算得到

$$T(x, x') = \langle \xi | S_x^+ S_{x'} | \xi \rangle \sim e^{-\Lambda t(x-x')^2}, \quad (7.6)$$

其中 Λ 是一个与具体作用相联系的已知参数，它描述了宏观物体局域化程度。 $\rho(x, x')$ 不再具有非对角长程序，即当 $|x - x'| \neq 0$ 时， $\rho(x, x') \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ ，相干性消失了。

对于这些问题，也可以根据量子测量动力学因子化理论加以解答。我们的分析不限于环境诱导量子退相干，可以包括组成宏观物体的微观粒子的个体无规运动引起量子退相干的分析。这就强调了，即使把宏观物体与其环境完全隔离开，量子退相干也会发生。谈到的宏观物体 - “猫” 的 “死” 和 “活” 是代表猫两种集体状态（或两个宏观可区别的波包），如质心自由度所处的状态。由于宏观物体由大量微观粒子组成，其组成的部分的运动不是严格地协调一致。在这种情况下，必须考虑众多内部自由度对集体态的影响。这种影响与集体状态形成理想的量子纠缠，“平均掉” 内部自由度的影响，宏观观物体的相干叠加性就会被破坏了。如果我们用

$$|L\rangle = \prod_{j=1}^N |L_j\rangle, |D\rangle = \prod_{j=1}^N |D_j\rangle \quad (7.7)$$

分别代表与活态 $|L\rangle$ 和死态 $|D\rangle$ 相关联的内部状态, $|A_i\rangle$ 代表组成“猫”的每个粒子的单态, 则完整薛定谔猫态可表达为

$$|cat\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|D, 1\rangle \otimes \prod_{j=1}^N |D_j\rangle + |L, 0\rangle \otimes \prod_{j=1}^N |L_i\rangle) \quad (7.8)$$

当不管猫的内部如何, 只顾猫的死活, 便应当用约化密度矩阵

$$\rho = Tr_i(|cat\rangle\langle cat|) = |D, 1\rangle\langle D, 1| + |L, 0\rangle\langle L, 0| + |D, 1\rangle\langle L, 0| \prod_{j=1}^N \langle L_i|D_j\rangle + H.c \quad (7.9)$$

由于因子化结构的存在, 如上所述, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, 非对角项消失. 因此, 虽然我们形式地写出了死态与活态的相干叠加, 但在严格的意义下, 只要谈到通常的“宏观物体”, 其相干性是不存在的.

对于薛定谔猫佯谬问题的上述分析, 人们可能会提出以下质疑: 为什么不同的集体态“死”和“活”会与不同的内部状态相关联? 如果“死”和“活”只与相同的内部状态相关联, 就没有有效的量子测量, 不存在量子退相干. 因此, 可能存在宏观物体状态的相干叠加. 的确, 只有在极特殊的情况下, 宏观量子态是存在的, 如超导和玻色-爱因斯坦凝聚. 然而, 一般讲来, 对于日常的实际物理问题, 这是不可能的. 由于薛定谔猫是一个宏观物体, 它具有非常大的状态空间和特别密集的能谱. 例如, 我们假设“猫”是由 N 个二能级原子组成; 每个粒子的基态能量为 0, 而激发态的能量为 E , 则猫的总能量必处于 0 和 NE 之间, 而可能存在的不同状态总数为 $\frac{N!}{2^N}$, 则平均能量间隔为. 因此, 当 N 很大时, 能量间隔趋近于零. 由于能级间隔很小, 内部状态即便经历了一个很小的扰动, 也很容易跃迁到不同的状态上. 就是说, 集体自由度在不同的状态上会对不同的内部状态产生不同的影响. 上述不稳定性会导致与“死”和“活”关联的内部状态不一样. 事实上, 由于内态包含了很多分量, 只要其中一个正交, 便出现了量子退相干.

对于“薛定谔猫佯谬”和宏观物体的空间定域化的上述解答, 人们可能提出疑问: 为什么会恰好形成方程 (7.8) 所描述的多分量量子纠缠态? 对于这个问题, 我们最近的研究还表明 [49-51], 把集体自由度当成慢变量, 把内部自由度当成快变量, 通过 Born-Oppenheimer 近似, 通常集体自由度和内部自由度可以绝热地分离 [52-54]. 在这种情况下, 宏观物体的集体自由度和内部自由度的绝热耦合, 可以导致二者的理想纠缠, 从而引起集体自由度的退相干.

与上述量子测量动力学理论一样，这些讨论（在近似的意义上），并不涉及被测系统或集体自由度的能量损失，一般的相互作用通常不保持能量守恒。但后面关于量子耗散的讨论表明，即使存在能量损失，也会出现量子退相干或定域化现象 [29]。

需要指出的是，如果组成宏观物体的内部分量能“协调一致”，存在某种相位匹配，则有可能形成宏观量子态。这方面一个典型的例子是玻色-爱因斯坦凝聚（BEC）对稀薄玻色型原子气体来说，如果随着温度降低，其热运动的物质波波长变得越来越长，这意味着热运动的物质波波包宽度越来越大，当它们相干地重叠起来，保持位相一致，形成一个宏观整体，使达到了一个宏观量子态 BEC。对于电子体系，通过配对关联，也会发生类似的现象，这就是所谓的超导状态。最近，在 Stony Brook 完成的 Josphson 结 (SQUID) 制备薛定谔猫态实验 [55] 和 Delft 科技大学完成的正反恒定电流宏观相干叠加实验 [56] 都表明了一个事实：只有在某些极端条件下（如大量电子对形成的超导态），多粒子系统中的每一个部分才能协调一致地处在单一的量子态，这种相干性在通常状态下是很脆弱的，很难持久地保持，这也是日常我们看不到死猫与活猫相干叠加的原因。当然，人们也想看到通常较大的物体的量子相干现象，并同时希望，随着物体的“宏观程度”变大，相干性会逐渐消失。为此，维也纳大学 Zeilinger 领导的研究小组利用热的 C_{60} 分子进行了量子干涉的实验。虽然 C_{60} 尺度离宏观物体还很远，但这是一个具有丰富的内部自由度的较大粒子的干涉 [24]。

实验是通过间距为 100nm 的特制光栅进行的（图 19）。从炉中出射最可几速率为 220m/s 的 C_{60} 分子，在栅后 1.25m 的位置上，产生了对比度很好的干涉条纹（图 20），其间距恰好对应于 C_{60} 的物质波波长 2.5pm。值得注意的是， C_{60} 的物质波波长比 C_{60} 的空间尺度小 400 倍。这种波长比粒子尺度还小的物质波干涉，是相当令人惊奇的。需要指出的是，在这个实验中，人们尚未观察到量子退相干现象。其原因是， C_{60} 分子内部的运动（如振动、转动激发）还没有对 C_{60} 质心运动产生有效的影响，形成纠缠态。从实验角度看， C_{60} 内部激发只能辐射波长大于光栅间距的红外光子，光栅不能很好地记录 C_{60} 分子经过哪一个缝的“Which-way”信息。为了通过这个实验进一步观察量子退相干的发生，一个可能性是增大缝间距以记录 C_{60} 辐射的红外光子。但这显然

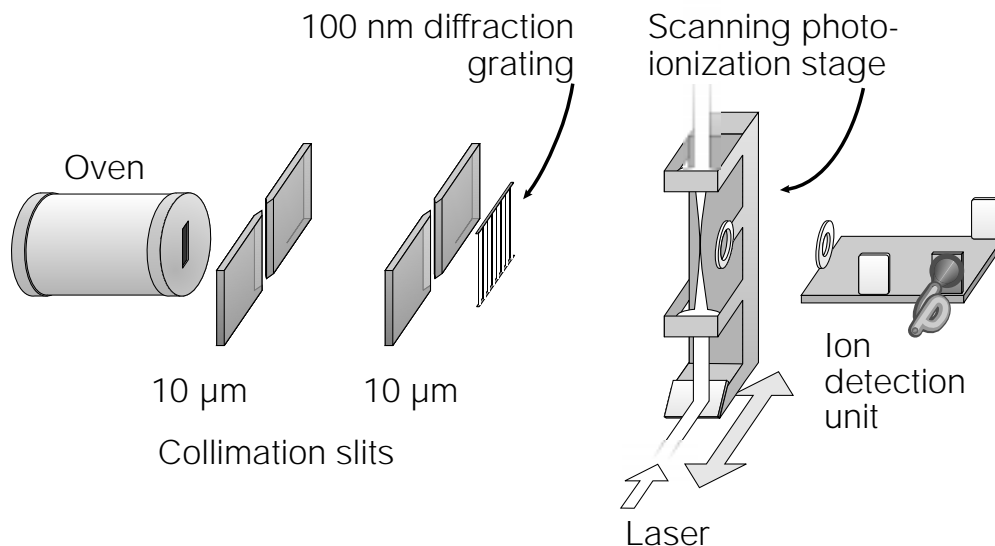


图 19: C_{60} 分子干涉实验装置示意图 (取自文献 24)

是不行的，因为要产生 C_{60} 干涉条纹，就必须使缝的间距能够和物质波波长相比较。而 C_{60} 的物质波波长远远小于起空间尺度，从而缝的大小远远小于 C_{60} 的空间尺度。因此，为了观察量子退相干的过程，只能通过进一步激发 C_{60} ，产生波长较短的辐射光。这意味着产生了 C_{60} 质心自由度和内部自由度的有效耦合。一旦能做到这一点，我们就能很好地研究物体的“宏观性”是怎样导致它的“经典性”的，而经典性取决于它自己退相干的程度。

§8 “冯·诺意曼链”与仪器的宏观性

通过相互作用描述量子力学测量过程是冯·诺意曼的开拓性贡献。由这个观点出发，他对量子测量的动力学进行了理论尝试，其数学是相当“严格”的，但得到推论却是令人费解：必须有观察者眼睛的“最后一瞥”，才有可能导致系统的波包塌缩。

以下对冯·诺意曼量子力学测量原理的中心思想作稍加详细的描述。设 A 和 B 是两个不可对易的力学量，它们满足本征方程

$$A|\alpha_n\rangle = \alpha_n|\alpha_n\rangle$$

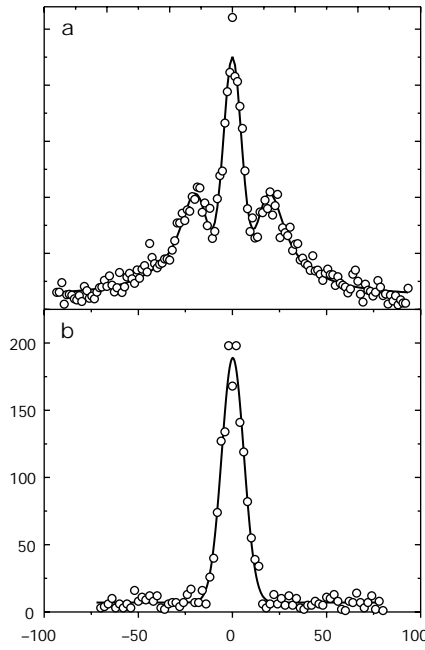


图 20: C_{60} 分子的干涉实验结果 (取自文献 [24])

$$B|\beta_n\rangle = \beta_n|\beta_n\rangle \quad (8.1)$$

在冯·诺意曼提出了第一个量子测量模型中, 假设仪器 I 和系统 S 之间的相互作用仅在一个小的时间间隔中发生. 虽然仪器对系统没有反作用, 但系统作用在仪器上, 能够使仪器的读数发生了改变. 这种合理的假设导致了总系统从因子化初态到纠缠态的转变. 对于纠缠态

$$|\psi_I\rangle = \sum_n c_n |\alpha_n\rangle \otimes |e_n(I)\rangle \quad (8.2)$$

($|e_n(I)\rangle$ 是仪器 I 的状态). 如果不测量 A, 只测量 B, 得到可能值 β_m 的几率是

$$P_m = \sum |c_n|^2 |\langle \beta_m | \alpha_n \rangle|^2 + \sum_{k \neq n} c_n c_k^* \langle \beta_m | \alpha_n \rangle \langle e_k(I) | e_n(I) \rangle + H.c \quad (8.3)$$

如以前讨论, 可以存在某种机制使得 $\langle e_m(I) | e_n(I) \rangle = 0$, 上述表达式的非对角项消失. 用 $|\psi\rangle$ 来描述其子系统的动力学, 只能给出没有相干性的物理结果. 因此, 适当的相互作用导致的纠缠态会使得第一个系统没有量子相干性.

然而, 对于量子系统 S 加仪器 I 的复合系统, 相干性仍然是有存的, 这时

为了消除 $S + I$ 的相干性，就必须引入仪器 II ，形成更大的纠缠态。

$$|\psi_{II}\rangle = \sum_n c_n |\alpha_n\rangle \otimes |e_n(I)\rangle \otimes |e_n(II)\rangle \quad (8.4)$$

为什么必须要求 $S+I$ 也没有相干性呢？这是为了保证纠缠态对应着“真实的量子测量”。事实上，仅要求产生纠缠态是不够的，因为我们可以新的基矢

$$|\gamma_m\rangle = S^{-1}|\alpha_m\rangle \quad (8.5)$$

下，重新表达纠缠态 $|\psi_I\rangle$ ：

$$|\psi_I\rangle = \sum_n d_n |\gamma_n\rangle \otimes |f_n(I)\rangle \quad (8.6)$$

其中 S 是从 $|\alpha_m\rangle$ 到 $|\gamma_m\rangle$ 的么正变换，

$$|f_n(I)\rangle = \sum_n c_n d_m^{-1} S_{m,n} |e_n\rangle, \quad (8.7)$$

其中

$$|d_m|^2 = \sum_n |c_n|^2 |S_{m,n}|^2$$

因此， $|\psi_I\rangle$ 具有与 EPR 态类似的量子纠缠特征，它也描述了对不同力学量 $A' = S^{-1}AS$ 的量子测量。“真实的量子测量”必须排除这种任意性。要从仪器态 $|e_n(I)\rangle$ “经典地”读出系统的态 $|n\rangle$ ，仪器和系统的关联不可以具有量子属性—相干性。它只有由经典的几率描述，我们才能实际地读出量子信息。正如天气预报一样，预报明天降雨概率为百分之三十，意味着明天有百分之三十的可能下雨，有百分之七十的可能不下雨。这是一个客观的概率性事件，并不依赖人们去观察什么。这与量子纠缠态描述的概率性事件有本质的不同，因为后者依赖于人们去观察什么。

引入仪器 II ，会给出 $S+I$ 具有经典关联的约化密度矩阵

$$\rho_{s+I} = \sum |c_n|^2 |\alpha_n\rangle\langle\alpha_n| \otimes |e_n(I)\rangle\langle e_n(I)| \quad (8.8)$$

这种没有量子相干性的经典纠缠态，保证了仪器的“经典和宏观属性”，使得测量复合系统的力学量 $C = A \otimes B$ 有确定的意义。为了如 (8.8) 所示具有更多分量的混合态，冯·诺意曼理论要求必须有多分量纠缠态，

$$|\psi(M)\rangle = \sum_n c_n |n\rangle \otimes \prod_{j=1}^M |e_n(j)\rangle \quad (8.9)$$

其中 $|e_n(j)\rangle$ 是第 j 个仪器的内部状态. 这个多分量纠缠态的物理意义是清楚的: 虽然由于仪器 I 实施的测量, 使得系统 S 的干涉项可以消除, 但系统 S+I 的干涉却仍然存在了. 为了消除 S+I 的干涉项, 就需要引进仪器 II, 而进一步就要引进仪器 III, IV, ... 这仿佛形成了一条无限的仪器的链 - 冯·诺意曼链. 按照冯·诺意曼的观点可以推论, 冯·诺意曼链中, 所有子系统的波包塌缩最后必须由“抽象的主体” - 人的意识来决定. 从数学上讲, 是靠冯·诺意曼链末端观察者经典的“一瞥”, 产生一个多分量混合态. 由此还可以引申出一个更加似是而非的结论: 量子力学理论必须引入“主观介入”, 微观的概念不再具有“客观性”, 从而量子微观世界不会独立于主体之外, 由此有人甚至得出“月亮在无人看它时确实不存在”的荒谬结论.

然而, 作为冯·诺意曼相互作用模型的适当推广, 本文介绍的量子测量理论无须“主观介入”, 冯·诺意曼链就能够以某种方式终断. 从而可以自恰地描述了真实的量子测量. 客观上, 目前一系列新的量子测量实验明确地支持了这一观点, 而且其数学结构隐含于冯·诺意曼理论的数学形式之中. 这些理论的物理含意与我们关于“薛定谔猫”问题的因子化分析十分相似. 事实上, 仪器必定是宏观的, 否则人们无法直接读数. 要求仪器必须有无穷多个自由度组成, 仪器的量子态就可以写成

$$|r_n\rangle \otimes \prod_{j=1}^N |e_n(j)\rangle \equiv |r_n\rangle \otimes |p_n\rangle \quad (8.10)$$

构成的量子纠缠态, 其中 $|r_n\rangle$ 代表仪器与 $|n\rangle$ 相关联的集体态 (仪器读数), 它又与仪器内部态 $|p_n\rangle \equiv \prod_{j=1}^N |e_n(j)\rangle$ 相关联, 由于在宏观极限下 ($N \rightarrow \infty$),

$$\langle p_m | p_n \rangle = \prod_{j=1}^N \langle e_m(j) | e_n(j) \rangle \quad (8.11)$$

有可能趋近于零, 不管仪器内部状态, 我们就得到具有经典关联的混合态

$$\rho_s = \sum |c_n|^2 |n\rangle \langle n| \otimes |r_n\rangle \langle r_n| \quad (8.12)$$

这时, 由仪器的经典投影算子 $|r_n\rangle \langle r_n|$, 完全以经典几率的方式定出被测系统状态, 得到完全有用的信息.

上述讨论与 Zurek 引入的优化基 (Preferred basis) 的概念密切相关 [57]. 以下我们简单明了地介绍一下 Zurek 的基本思想. 为了在量子测量中把量子纠

缠转化为经典关联，除了仪器和系统，还必须引入第三者 - 环境 (如图 21)。它与仪器之间存在特殊的相互作用，产生仪器状态的理想纠缠，从而形成与

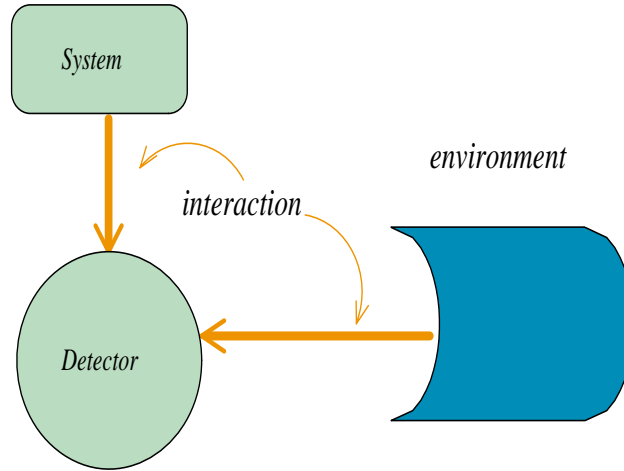


图 21: Zurek 理论图示

方程 (8.4) 形式相同的三重纠缠态,

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n c_n |n\rangle \otimes |d_n\rangle \otimes |e_n\rangle \quad (8.13)$$

其中 $|n\rangle$ 和 $|d_n\rangle$ 是系统和仪器互为关联的状态；第三分量 $|e_n\rangle$ 代表环境的状态。

一般说来，为了从三重因子化初态

$$|\psi(t=0)\rangle = \left(\sum_n c_n |n\rangle\right) \otimes |d\rangle \otimes |e\rangle \quad (8.14)$$

出发，产生这样的三重施密特分解，相互作用必须分两步进行：第一步，主要存在仪器和系统的相互作用，它们与环境的相互作用可以忽略不计，先产生仪器和系统的纠缠

$$|\psi(t=t_m)\rangle = \left(\sum_n c_n |n\rangle \otimes |d_n\rangle\right) \otimes |e\rangle \quad (8.15)$$

其中 $t_m \in (0, t)$ ；第二步，要先关闭仪器和系统的相互作用，仪器和环境的相互作用开始起作用，再产生仪器和环境的纠缠 $|\psi(t)\rangle$ 。这样两个步骤的过程通常可理解为设置仪器的必然要求。在我们上述的分析中，环境也可以理解为仪器的内部自由度，只是怎样施加两步相互作用存在一定的困难。”两个

步骤描述”又意味着我们对由系统、仪器和环境构成的大系统假定了时间相关的相互作用，使得量子测量理论仍然不完备：一个闭系统的理论的哈密顿必须不依赖于时间。否则，在大系统以外必定存在控制大系统哈密顿改变的外在因素。可以说，Zurek 理论所面临的困难在我们本节关于冯·诺意曼链的分析中仍然存在。

为了克服这个困难，我们可以假设存在如图 22 所表示的时间无关的相互作用：系统同时与环境 和仪器作用，而仪器和环境间设有相互作用。如果把环

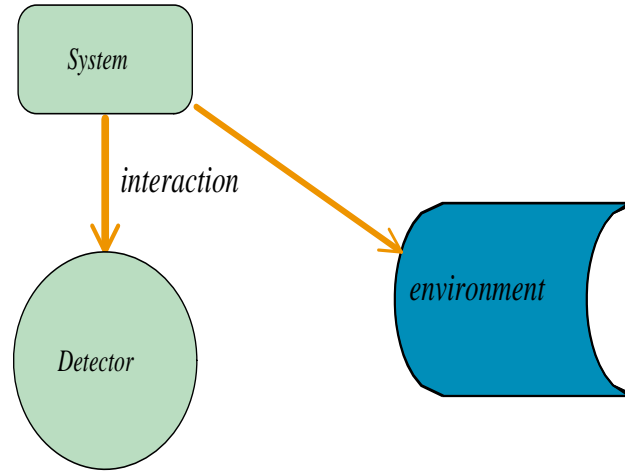


图 22: 产生三重施密特分解的相互作用

境也理解为是仪器的内部自由度，这种假设是相当合理的：集体自由度是仪器的读数，它与被测系统的关联必须同时伴随着内部自由度与系统的耦合，而内部自由度与仪器读数的解耦，则是理想仪器设计的要求。为了实现理想的量子测量，自然要求产生上述三重施密特分解，我们要求环境、仪器与系统的相互作用不影响系统的状态。为此，要求系统的哈密顿量 H_s ，仪器的哈密顿量 H_d ，环境的哈密顿量 H_e 以及它们之间的相互作用 H_{sd} 和 H_{se} 的满足

$$[H_s, H_{sd}] = [H_s, H_{se}] = [H_{sd}, H_{se}] = 0$$

于是，有 H_s, H_{se} 和 H_s 的共同本征函数 $|n\rangle$

$$H_s|n\rangle = E_n|n\rangle, H_{sd}|n\rangle = d_n|n\rangle, H_{se}|n\rangle = e_n|n\rangle$$

从三重因子化初态出发，动力学自然产生上述三重施密特分解

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n c_n |n\rangle \otimes |d_n(t)\rangle \otimes |e_n(t)\rangle \quad (8.16)$$

其中

$$|d_n(t)\rangle = e^{-iE_n t} \exp[-iH_s t - id_n t]|d\rangle$$

$$|e_n(t)\rangle = \exp[-iH_e t - ie_n t]|e\rangle$$

由此，我们的确可以得到经典关联

$$\rho(t) = \sum_n |c_n|^2 |n\rangle\langle n| \otimes |d_n(t)\rangle\langle d_n(t)| \quad (8.17)$$

有关量子力学理论必须引入“主观介入”的“科学根据”，是来自诺依曼的上述“证明”。然而，仪器也是某种客观存在，仪器和微观粒子间的相互作用也不过是客观世界中的相互作用，简单地把仪器说成是观察者，并推断说观察对微观粒子的影响大到不可控制，会带来一些看上去不可逾越的困难。从目前的最新研究进展看，冯·诺意曼的结论并不完全正确的。何祚庥曾经指出 [2]，这是一种“佯谬”，一种“哲学”上的“佯谬”。产生这一“佯谬”的原因，在于诺意曼希望单纯从量子力学“推导”出这一“测量假说”，而不引进任何其它的要求（如仪器的宏观性和经典性）。其实，薛定谔方程具有时间反演的“可逆性”，但在测量过程中的纯态向混合态的“跳跃”却是时间反演不可逆的。薛定格方程满足时间反演的“可逆性”，从原则上讲，就不可能“推导”出时间反演不可逆的结果。要想从薛定谔方程推导出冯·诺意曼投影假设，就必须对仪器的宏观和经典性质加以强调，不可单纯由薛定谔方程得到。本文还将讨论，在宏观极限下，如果仅关心较短的时间演化，量子跳跃还来不及发生，薛定谔方程加上量子力学的系综解释，的确可以说明波包塌缩这一量子退相干现象。

§9 环境模型的普适性与量子耗散

需要指出的是，相互作用产生量子纠缠，导致量子退相干是一个具有普适性的基本物理过程。对于任何两部分构成的相互作用系统，相互作用在 L^2 -Hilbert 空间 $V_1 \otimes V_2$ (设 V_1 和 V_2 的维数分别为 d_1 和 d_2 ， $d_2 \geq d_1$) 上产生的双重求和态

$$|\Psi_2\rangle = \sum_{mn} c_{m,n} |u_m\rangle \otimes |v_n\rangle. \quad (9.1)$$

其中 ($|u_m\rangle \in V_1, |v_n\rangle \in V_2$). $|\Psi_2\rangle$ 看上去不是一个标准的量子纠缠态, 似乎不能描述量子退相干过程. 然而依据 Schmidt 分解: $V_1 \otimes V_2$ 中的任何态, 可以通过特定变换表达为标准的量子纠缠态

$$|\Psi_2\rangle = \sum_n^{d_1} b_n |s_n\rangle \otimes |w_n\rangle \quad (9.2)$$

其中 $|s_n\rangle$ 是 V_1 的正交完备基, $|w_n\rangle$ 是正交的, 但不完备. 定义矩阵 $C = (c_{m,n})$, 可以证明, $|s_n\rangle$ 和 $|w_n\rangle$ 分别为 C^+C 和 CC^+ 的本征态, $|b_n|^2$ 是相应的本征值.

Schmidt 分解表明, 如果第二个分量代表仪器, 环境或内部运动, 我们可以取相应于第一个分量的约化密度矩阵

$$\rho = \sum_n^{d_1} |b_n|^2 |s_n\rangle \langle s_n|. \quad (9.3)$$

仪器, 环境或内部自由度和系统间任何相互作用, 都可能导致系统的量子退相干, 而且这种量子退相干是针对特定基矢 $|s_n\rangle$ 而言的, 其唯一性程度由 Schmidt 分解的唯一性程度决定.

由以上讨论可以看出, 通过相互作用, 量子系统与外部任何量子系统或内部随机运动都会产生量子纠缠, 从而导致量子系统完全量子退相干. 然而, 对于量子测量问题, 量子退相干是针对特定基矢而言的 (对于系统初态 $|\psi(0)\rangle = \sum_n c_n(0)|n\rangle$, 相对于 $|n\rangle$ 描述量子退相干约化密度矩阵应为 $\rho = \sum_n |c_n|^2 |n\rangle \langle n|$, 而不是任意的 Schmidt 分解给出的结果 $\rho = \sum_n |b_n|^2 |s_n\rangle \langle s_n|$. 相应地, 特定纠缠的产生依赖于相互作用的形式.

一般地讲, 处理环境的量子系统的退相干问题, 我们并不能任意假定环境与其中系统的相互作用形式. 通常, 人们无法了解量子系统与环境作用的全部信息, 只是知道系统和环境的作用是足够微弱的 (否则, 我们将无法区分环境和系统. 然而, Leggett 及其合作者证明了 [26,27], 如果系统与环境的耦合很弱, 环境可以等价为一个多个谐振子热库, 而且系统与热库的耦合对于热库自由度而言是线性的. 后者保证了热库的可加性, 即, 当热库的中粒子数目增加, 耦合的大小也相应增加. Leggett 等的这一结论, 为一般地研究环境对其中的量子系统的相互作用, 提供了一种普适性的准则: 研究谐振子热库是一个合理的、普适的近似.

为了深入理解这一点, 以下重新给出 Leggett 等的证明的等价描述. 系统 S 和环境 E 之间的相互作用一般是微弱的. 这个要求是要假定存在 S 和 E 的

界线. 如果 S 和 E 的相互作用很强, 则无法从总系统孤立出 S 以成为我们讨论的量子系统. 设 $H_s(x)$ 和 $H_E(q)$ 分别为 S 和 E 的自由哈密顿量, x 和 q 分别代表它们的动力学变量. 假设相互作用 $V(x, q)$ 存在引起的环境状态的跃迁, 只在一阶近似下有意义, 高阶情况可以忽略. 这便是要求作用微弱的定量条件, 设 $|\psi_n\rangle$ 是对应本征值 E_n 的本征函数

$$H_E(q)|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle \quad (9.4)$$

则一阶近似有效要求弱近似条件

$$\left| \frac{\langle \psi_m | V(x, q) | \psi_n \rangle}{E_m - E_n} \right| \sim \varepsilon \ll 1 \quad (9.5)$$

如果假初始时刻体系处在基态上, 则从基态 $|\psi_0\rangle$ 到任何一个状态 $|\psi_n\rangle$ 的跃迁几率 $\sim \varepsilon^2$.

现在可以定义一个与 $\{\psi_n\}$ 张成的希尔伯特空间等价的多谐振子 Fock 空间, F_n :

$$\{a_1^{\dagger n_1} a_2^{\dagger n_2} \dots |0\rangle \sim |n_1, n_2, \dots\rangle, n_1, n_2, \dots = 0, 1, 2, \dots\} \quad (9.6)$$

第 n 个模式的产生算子 a_n^\dagger 作用在真空态上正好产生原来的状态. 其非零矩阵元由

$$\langle 1_n | a_n^\dagger | 0 \rangle = 1 \quad (9.7)$$

定义, 其中 Fock 真空 $|0\rangle$ 与基态 $|\psi_0\rangle$ 对应; 单粒激发态 $|1_n\rangle$ 与态 $|\psi_n\rangle$. 这时, 可以等效地写下 Fock 空间中的自由哈密顿量

$$H_E = \sum_n E_n a_n^\dagger a_n \quad (9.8)$$

和相互作用哈密顿量

$$H_I = \sum_n a_n^\dagger \langle \psi_n | V | \psi_0 \rangle + h.c. \quad (9.9)$$

由此, 我们不难验证, 真实物理空间 $V: \{|\psi_n\rangle | n = 0, 1, \dots\}$ 与 Fock 空间的单粒激发子空间

$$\{|\phi_n\rangle \equiv |1_n\rangle \otimes \prod_{k \neq n} |0_k\rangle \equiv a_n^\dagger |0\rangle\}$$

等价，而等效的哈密顿量 H_E 和 H_I 在其上的矩阵元与原来空间的哈密顿量一致！例如

$$\langle \psi_n | V | \psi_0 \rangle = \langle \phi_n | H_I | 0 \rangle \quad (9.10)$$

这表明，忽略谐振子 Fock 空间中的高阶激发（ $\sim \varepsilon^2$ ）以上阶的跃迁， H_E 和 H_I 描述的多谐振子热库的量子动力学与真实的弱耦合环境 - 系统动力学是一致的。

在这个意义，任何与量子系统弱耦合的环境均可以等价于多谐振子热库。而且，耦合的相互作用对于热库自由度来说是线性。因此，可以一般地写下量子系统的环境作用模型

$$H = H_s + \sum E_n a_n^\dagger a_n + \sum_n V_n(x) a_n^\dagger + \sum_n V_n^*(x) a_n \quad (9.11)$$

其中 $V_n(x) = \langle \psi_n | V(x, q) | \psi_0 \rangle$ 对于 x 来说，不必是线性的。需要指出的是，以上论证仅涉及到两个能级间的跃迁，高阶跃迁忽略不计。据此，我们还可以把上述谐振子热库换成二能级系统构成的热库 [58]，相应的量子开系统模型可写为

$$H = H_s + \sum_n E_n \sigma_z(n) + \sum_n V_n(x) \sigma_+(n) + V_n^*(x) \sigma_-(n) \quad (9.12)$$

在这个模型中， $\{\sigma_\alpha(n) | n = 1, 2, \dots, \alpha = 1, 2, 3, \dots\}$ 代表泡利矩阵。对于不同的指标 n ，这些 $\sigma_\alpha(n)$ 是相互对易。这个模型与原来系统的哈密顿量有以下对应

$$|\phi_0\rangle = |\downarrow, \downarrow, \dots\rangle, |\phi_1\rangle = |\uparrow, \downarrow, \dots, \downarrow, \dots, \downarrow\rangle, \dots |\phi_n\rangle = |\downarrow, \downarrow, \dots, \uparrow, \dots, \downarrow\rangle \quad (9.13)$$

其中 $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 分别为 $\sigma_3(n)$ 的本征态，与原来物理空间等价的单粒激发的子空间的态，只包含一个自旋反转。这个模型本质是费米子热库模型。1998 年，围绕着量子计算的应用，我们仔细地研究了上述两种模型的动力学差别，部分地完成了关于模型的普适性讨论。我们的结论是，模型的选择对量子退相干的快慢几乎是没有影响的，但会在一定的情况下影响量子态的相位。

以上关于环境模型普适性讨论，环境的效应主要可分为两类，第一类没有能量的损耗，满足非破坏测量条件

$$[H_s(x), V_n(x)] = 0$$

这种情况就是我们上面关于“薛定谔猫佯谬”所用到的：环境对系统没有反作用，但可以记录系统的“Which-Way”信息。这种情况就是以上关于量子退相

干的讨论. 第二种类型的环境效应影响系统的能量, 我们称之为量子耗散. 这时

$$[H_z(x), V_n(x)] \neq 0.$$

对于一般的 $V_n(x)$, 可以用主方程去描述环境影响下系统的运动.

为了详细了解量子耗散的动力学机制, 我们可以考察一个可解析求解的模型. 考虑一个谐振子和 N 个谐振子组成的环境之间的耦合, 设 a^\dagger 和 a 代表频率为 ω 的谐振子的产生和消灭算子, 和 $a_j, a_j^\dagger (1, 2, \dots, N)$ 代表频率为 ω_j 的谐振子的产生和消灭算子. 在旋转波近似下, 总系统的 Hamilton 量是

$$H = \omega a^\dagger a + \sum_j \omega_j a_j^\dagger a_j + \sum_j (\xi_j a_j a^\dagger + \text{h.c.}). \quad (9.14)$$

在 Wigner-Weisskopf(WW) 近似下 [2], 可以明显地求解出 $a(t)$ 和 $a_j(t)$ 的 Heisenberg 方程

关于详细的求解过程和系统 $u(t), v(t), u_j(t)$ 和 $v_{js}(t)$ 的明显表达可以通过以下的计算得到. 我们先求解哈密顿量 (9.14), 对应的海森堡方程

$$\dot{a} = -i\omega a - i \sum_j \xi_j a_j \quad (9.15)$$

$$\dot{a}_j = -i\omega_j a_j - i\xi_j^* a \quad (9.16)$$

形式求解 a_j 并把结果

$$a_j(t) = e^{-i\omega_j t} a_j(0) - i\xi_j^* \int_0^t a(t') e^{-\omega_j(t-t')} dt' \quad (9.17)$$

代入方程 (??), 定义 $a = A e^{-i\omega t}$, 可得到朗之万方程

$$\dot{A} = - \sum_j |\xi_j|^2 \int_0^t dt' A(t') e^{-i(\omega_j - \omega)(t-t')} + f(t), \quad (9.18)$$

, 这里 Brown 运动随机力

$$f(t) = \sum_j V_j(t) a_j(0), \quad (9.19)$$

只与环境的初值有关. 在热平衡时 $f(t)$ 的平均值 $Tr[\rho f(t)] = 0$, 其中 $Tr[\rho f(t)]$ 为热平衡时的量子统计算符, 但其涨落,

$$\langle f(t) f(t) \rangle = \sum_j |v_j| n_j \neq 0$$

因此方程 (9.18) 恰好描述了布朗运动.

通过 Wigner-Weisskopf(WW) 近似求解 [2,59], 可以得到 $a(t) = u(t)a(0) + \sum_j v_j(t)a_j(0)$

$$\begin{aligned} u(t) &= e^{-\frac{1}{2}\gamma t - i\omega_c t} \\ v_j(t) &= -\xi_j e^{-i\omega_j t} \frac{1 - e^{-i(\omega_c - \omega_j)t - \frac{1}{2}\gamma t}}{\omega_c - \omega_j - i\frac{\gamma}{2}} \end{aligned} \quad (9.20)$$

在上述表达式中 $\omega_c = \omega + \Delta\omega$ 代表重整化频率. 把这个结果反代入方程 (??), 我们得到

$$a_j(t) = e^{-i\omega_j t} a_j(0) + u_j(t)a(0) + \sum_{s \neq j} v_{js} a_s(0) \quad (9.21)$$

其中与时间相关的系数有

$$\begin{aligned} u_j(t) &= -\xi_j^* e^{-i\omega_j t} \frac{e^{i(\omega_j - \omega_c)t - \frac{1}{2}\gamma t} - 1}{\omega_j - \omega_c + i\frac{\gamma}{2}} \\ v_{js} &= \frac{-\xi_j^* \xi_s e^{-i\omega_j t}}{\omega_c - \omega_s - i\frac{\gamma}{2}} \left\{ \frac{1 - e^{i(\omega_j - \omega_c)t - \frac{1}{2}\gamma t}}{\omega_c - \omega_j - i\frac{\gamma}{2}} - \frac{e^{i(\omega_j - \omega_s)t} - 1}{\omega_j - \omega_s} \right\} \end{aligned}$$

应用这个结果, 我们可以转换到薛定谔表象去分析耗散系统波函数的结构. 一般说来, 对于总系统的因子化初态 $|\psi(0)\rangle = |\phi\rangle \prod_{j=1}^N |\phi_j\rangle$, 形式上, 演化矩阵 $U(t)$ 可把 $|\psi(0)\rangle$ 变为 t 时刻的波函数 $|\psi(t)\rangle = U(t)|\psi(0)\rangle$. 在相干态表象 $\psi(\lambda, \{\lambda_j\}, t) = \langle \lambda, \{\lambda_j\} | \psi(t) \rangle$ 下, $|\psi(t)\rangle$ 可以通过相干态

$$|\lambda\{\lambda_j\}\rangle = \exp \left\{ \lambda a^\dagger(0) + \sum_j (\lambda_j a_j^\dagger(0) - \text{h.c.}) \right\} |0\rangle \quad (9.22)$$

明显地表达出来, 即

$$\begin{aligned} \psi(\lambda, \{\lambda_j\}, t) &= \langle \psi(0) | U^\dagger(t) | \lambda, \{\lambda_j\} \rangle^* \\ &= \langle \psi(0) | \exp \left\{ \lambda a^\dagger(t) + \sum_j (\lambda_j a_j^\dagger(t) - \text{h.c.}) \right\} |0\rangle = \phi(\alpha(t)) \prod_{j=1}^N \phi_j(\beta_j(t)). \end{aligned} \quad (9.23)$$

由这个结果可以知道, $\sum_j \lambda_j u_j(t)$ 与环境状态有关, 代表布朗运动对系统波函数的影响. 若它可以忽略不计, 且不考虑二阶项 (WW 近似是到耦合系统 ξ_j 的二阶项), 则波函数是部分因子化的

$$\psi(\lambda, \{\lambda_j\}, t) \simeq \phi(u(t)^* \lambda) \prod_{j=1}^N \phi_j(e^{i\omega_j t} \lambda_j + v_j(t)^* \lambda). \quad (9.24)$$

不难验证, 忽略布朗运动, 系统部分的波函数 $\phi(u(t)^* \lambda)$ 满足 Caldirora-Kanai (CK) 有效哈密顿量 [28-30]

$$H = e^{-\eta t/M} \frac{P^2}{2M} + \frac{1}{2} M \Omega^2 Q^2 e^{\eta t/M} \quad (9.25)$$

支配的薛定谔方程, 这里形式地引入了正则坐标

$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{\frac{\hbar}{2M\Omega}} (b(t) + b^\dagger(t)), \\ P &= -i\sqrt{\frac{M\hbar\Omega}{2}} (b(t) - b^\dagger(t)), \\ b(t) &= u(t)a(0) \end{aligned} \quad (9.26)$$

基于这个有效哈密顿量, Heisenberg 方程会自动给出具有耗散的运动方程

$$M \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} = -\frac{\partial V(Q)}{\partial Q} - \eta \dot{Q} \quad (9.27)$$

现在可以用我们的量子耗散因子化理论解释宏观物体波包定域化的退相干现象 [29,30]。如果布朗运动可以忽略, 具有耗散的 "自由粒子" 运动可以用 CK 哈密顿量 $H(t) = \frac{p^2}{2M} e^{-\eta t/M}$ 描述, 其中 η 为耗散系数. 如果 $t = 0$ 时, 体系的初态是一个宽度为 d 的高斯波包

$$\psi(x, 0) = \frac{1}{(2\pi d^2)^{\frac{1}{4}}} e^{ik_0 x - \frac{x^2}{4d^2}}, \quad (9.28)$$

则 $V(x) = 0$ 的薛定谔方程

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = -\frac{e^{-\eta t/M}}{2M} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x, t) \quad (9.29)$$

会给出 t 时刻的波函数

$$\psi(x, t) = \frac{e^{ik_0 x - iE_{k_0} t_\eta}}{(2\pi)^{\frac{1}{4}} \sqrt{d + it_\eta/(2Md)}} \exp \left\{ -\frac{1}{4} (x - k_0 t_\eta/M)^2 \frac{1 - it_\eta/(2Md^2)}{d^2 + (t_\eta/(2Md))^2} \right\}, \quad (9.30)$$

其中 $t_\eta = M(1 - e^{-\eta t/M})/\eta$ 称为耗散变形时间. 当 $\eta \rightarrow 0$ 时, $t_\eta \rightarrow t$, 方程 (9.30) 代表中心速度为 $\frac{k_0}{M} e^{-\eta t/M}$ 、宽度 $B(t) = \sqrt{d^2 + (t_\eta/2Md)^2}$ 的扩散波包. 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $t_\eta \rightarrow M/\eta$, 波包宽度确实不再是无穷大, 而是一个有限值

$$B_{\text{lim}} = \sqrt{d^2 + \frac{1}{(2\eta d)^2}}. \quad (9.31)$$

这个简单计算说明了，由于环境的存在，它诱导的量子耗散确实可以导致波包的空间局域化。它为解决爱因斯坦当年关于宏观物体波包扩散问题提供了一种可能的物理方案。如图 23， $P(x, t) = |\psi(x, t)|^2$ 描述了耗散诱导的波包空间局域化，我们比较了有耗散 (Fig.23-a) 和无耗散 (Fig.23-b) 情况下的波包扩散，耗散情况下波包的空间局域化是十分明显的。从物理上讲，作为一个时间相关的波包，宏观物体波函数不是能量本征函数，而是很多平面波的叠加。在演化的过程中，每个波矢为 k 平面波，会伴随着 $\varepsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ 的相位，这种色散关系保证了波包的相干扩散。环境的存在，会破坏相干的位相关系，导致波包的空间局域化。

§10 量子信息与随机环境中的量子比特

从基本物理学角度看，信息的载体必定是一些特定的物理系统，它的传递和处理通常可以理解为某种物理过程。物理系统的特性以及对它操作的方式决定了信息过程是经典还是量子的。根据计算机发展的 Moore 定律，它的中心处理器的运行速度每 18 个月就会提高一倍，相应地，芯片上晶体管集成的数目随时间呈 e 指数增长。这意味着存储单元会变得越来越小 (甚至变成单个原子)，使得量子效应越来越明显地凸现出来。因此，在微观世界中，基本量子特性—量子相干性会在信息的存储、传递和处理过程中起着核心的作用 [4,60,61]。

在经典信息中，通常采用象电位高低这样的经典状态 0 和 1 构成存储信息的经典数据位—经典比特 (Classical bit)。而对量子信息而言，数据位状态 0 和 1 就变成量子态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 。根据量子力学的基本原理，对于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 描述的量子信息存储单元—量子位 (或量子比特， Qubits)，相干叠加态

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (10.1)$$

(α 和 β 是满足 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 的复数) 也是它的状态。表面上看，这种状态既 0 又 1、非 0 非 1 的不确定性会影响计算的效果 [62,63]。但是，基于量子相干性 1994 年，Peter Shor 提出了大数因子化的量子算法 [64]。这个工作表明，利用这种量子相干性，人们才能在原理上对一个大数进行有效的素数分解，

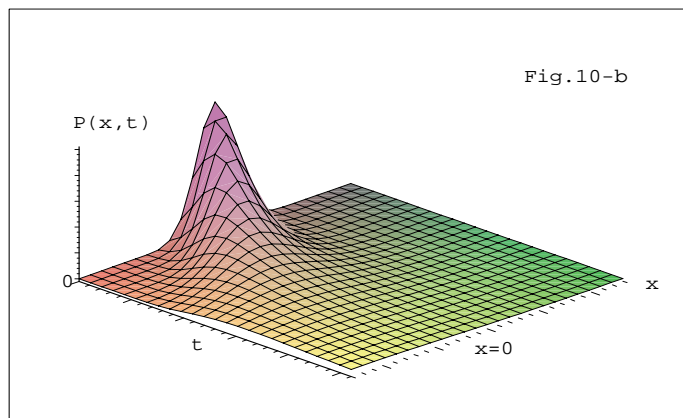
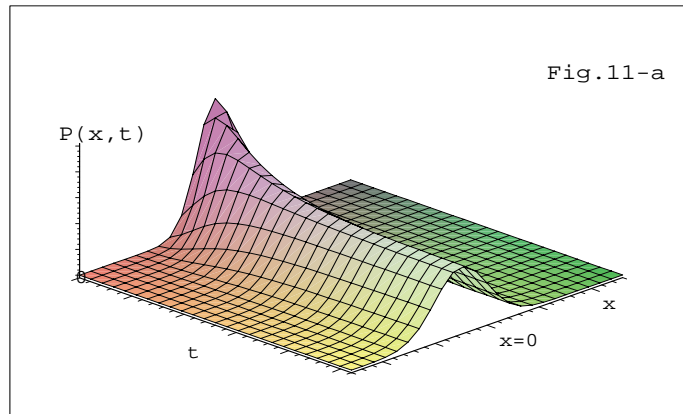


图 23: 耗散诱导的波包空间局域化: 有耗散情况 (Fig.23-a), 波包是空间局域化的。无耗散情况 (Fig.23-b) , 随着时间趋向无穷, 波包会扩展到无穷空间

使得以大数因子化为基础公开秘钥保密体系 (RAS) 遭到了原理上的威胁, 引起了学术界、工商界及至各国政府对量子信息研究的重视, 掀起了目前量子信息研究的热潮. 而二粒子量子态的相干叠加 - 纠缠态

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle \otimes |1\rangle + \beta|1\rangle \otimes |0\rangle, \quad (10.2)$$

是量子通讯的物理基础 [65]. 最近, 由奥地利 Innsbruck 大学等完成的量子远程传态 (Teleportation) 实验 [66-68] 显示了基于量子纠缠态传递更多信息的现实可能性. 另外, 利用量子态的基本特性, 还可以建立更加安全的密码体系 [69-71]. 现代密码体系主要取决于密钥传递的安全性, 而用量子态来传递密钥是相当安全的. 其原因在于任何窃听相当于对量子态进行准确测量和精确复制, 前者会引起量子态的波包塌缩, 有效地破坏原来的量子状态, 而后者是被量子相干性原理的直接推论——量子不可克隆 (精确复制) 原理所禁戒 [72]. 可以说, 是量子相干性导致了量子信息的强大威力, 使它具有经典计算和通讯无法比拟和胜任的信息处理能力. 例如, 对一个 500 位的大数进行素因子分解, 目前最好的经典计算机也需几亿年才能完成. 而通过量子计算机只须一年的时间. 目前, 对于一个有 N 个对象的数据库, 要找到其中具有一定特征的对象, 通常需要试探相当于 N 的次数才有较大的可能成功. 但通过 Grover 量子搜索算法 [73], 只须相当于 \sqrt{N} 的次数就能成功. 对于大 N 而言, 量子搜索的潜力是十分巨大的.

目前量子信息的研究, 向我们展示了极为诱人的发展前景, 其物理核心在于量子相干性的产生 (量子初态的制备) 及其控制与操纵 (如用射频脉冲产生量子逻辑门操作). 量子信息成功的例子说明, 原则上可以把量子力学的基本观念直接应用于信息科学. 以量子的方式存贮和处理信息, 会产生许多令人惊奇结果, 其应用前景是极为广阔, 这些发展甚至有可能导致信息科学的革命. 事实上, 在过去的几十年里, 物理学的发展在不断地推动信息科学的进步. 是量子物理导致的激光、半导体和微电子技术, 直接奠定了信息科学的物理基础. 然而, 在这些发展中, 量子物理影响主要发生在信息物理载体的革新上, 而不是量子的概念直接起作用. 目前的量子信息与以往的差别, 是量子物理的基本观念 (如量子相干性, 量子纠缠态和量子测量) 直接引起信息科学思想的变革, 是最富有革命性的发展.

然而，虽然量子信息的研究已经取得日新月异、令人叹为观止的进步，但最终要实现有一定实用价值的量子信息—量子计算、量子通讯和量子密码，不仅在实用化中存在着相当大困难，而且有的困难甚至是原理性的。在量子计算方面，这些困难会表现的更为明显。值得提及的是，导致这些困难根本原因也与量子相干性有直接相关。（一）、对于微观的量子态，环境的影响是不可忽略的。例如对于二能原子系统构成量子比特，真空背景的电磁场是无处不在的。环境的作用包含两个方面。一方面它会引起量子比特的能量损耗，产生所谓的量子耗散；另一方面，即使能够保持能量守恒，由无规运动的粒子组成的环境与量子比特相互作用，也会引起量子比特不同状态的相对位相的不稳定，导致量子相干性的损失—量子退相干。（二）、量子信息的提取过程本质上是广义的量子测量—从与量子比特相关联的经典系统运动，“读出”存贮于微观系统量子态中的信息。然而，量子信息之所以可以成为信息，必须在它与经典世界衔接起来、被生活在经典世界中的人所感知，才有意义，而量子测量会对量子态产生致命的、不可逆的影响—引起波包塌缩，量子比特会从具有相干性的量子态变成不具有相干性或相干性大量减少的经典、半经典状态。因此，在量子信息的研究中，保证信息能被有效提取，相干性又不被环境和信息提取操作破坏，是进行量子计算、量子通讯和量子密码的关键。总之，量子比特的根本特性是它们量子相干性，它是量子信息区别于经典信息的关键所在。然而，在量子信息处理的过程中，人们通过适当的相互作用，观察量子比特的运动状态，不可避免地引起量子退相干的发生，使得量子比特丧失或部分丧失其量子相干性。从这个意义上讲，量子相干性是人们可资深入挖掘的高新技术源泉，但物理本质上它又是脆弱的、具有易破坏性。这就使得人们在看到量子信息最终实现曙光的同时，又因其本身固有的特性，面临着某些原理上的困难。

基于以上考虑，为了克服量子退相干的影响，实现有实用价值的量子计算，量子通讯和量子密码信息，我们要不加回避地正视目前困难。从基本物理学角度，深入研究量子测量问题以及环境对量子系统的各种影响，才能全面了解问题的症节所在。根据关于量子耗散和量子退相干的时间标度分析 [3]，通常量子耗散的时间尺度远远大于量子退相干的时间尺度。因此，在研究量子信息时，可以放心地把重点放在量子退相干问题上，并不失一般性地使用

谐振子热库模型.

我们首先讨论谐振子热库中单个量子比特的退相干问题. 这里还是以谐振子热库为例, 设

$$H_s = \hbar\omega_a|1\rangle\langle 1|, \quad (10.3)$$

是量子比特的 Hamilton 量, 环境是一个由 N 个频率为 ω_i 的谐振子组成的多粒子系统. 用 a_j^\dagger 和 a_j 代表其产生和消灭算子, 它与系统的相互作用为:

$$V_I = \sum_{n,j} g_{nj}|n\rangle\langle n|(a_j^\dagger + a_j)(n = 0, 1). \quad (10.4)$$

于是, 总系统的哈密顿量为

$$H = \hbar\omega_a|1\rangle\langle 1| + \sum_{j=1}^N \omega_j a_j^\dagger a_j + \sum_{j,n} g_{nj}|n\rangle\langle n|(a_j^\dagger + a_j). \quad (10.5)$$

利用上述一般的讨论可以得到产生量子纠缠的演化矩阵

$$U(t) = \sum_{n=0,1} e^{-in\omega_a t}|n\rangle\langle n| \otimes \prod_{j=1}^N U_n(t, j) : \\ U_n(j, t) = e^{-i\omega_j a_j^\dagger a_j t} e^{i\theta_n(j)} D(A_j^n(t)) \quad (10.6)$$

其中 $D(\alpha) = e^{\alpha a^\dagger - \alpha^* a}$ 是生成相干态的平移算子, 即 $|\alpha\rangle = D(\alpha)|0\rangle$ 是一个满足 $a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ 的相干态. 而

$$A_j^n = -B_j^{n*}(t) = \frac{g_{jn}}{i\omega_j}(1 - e^{\omega_j t}), \quad (10.7)$$

$$f_j^n = -\frac{i|g_{jn}|^2}{\omega_j^2}(\omega_j t - \sin \omega_j t) + \frac{2|g_{jn}|^2}{\omega_j^2} \sin^2 \frac{\omega_j t}{2}. \quad (10.8)$$

$$\theta_n(j) = \frac{|g_{jn}|^2}{\omega_j^2}(\omega_j t - \sin \omega_j t)$$

设仪器的初态为 $|0\rangle = |0_1\rangle \otimes |0_2\rangle \otimes \cdots \otimes |0_N\rangle$ (即所有的振子在 $t = 0$ 时全部处在真空态上), 通过演化矩阵 (10.6), 可明显地算出相应的退相干因子

$$F_{1,0}(N, t) = \prod_{j=1}^N \langle 0|U_1^+(j, t)U_0(j, t)|0\rangle \\ = \exp \left\{ i \sum_{j=1}^N \frac{|g_{0j}|^2 - |g_{1j}|^2}{\omega_j^2} (\omega_j t - \sin \omega_j t) - \sum_{j=1}^N \frac{1}{\omega_j^2} |g_{0j} - g_{1j}|^2 \sin^2 \frac{\omega_j t}{2} \right\} \quad (10.9)$$

以上结果是我们在 1992 年得到的，它可以用于量子计算中环境诱导退相干的讨论 [36-41]。在 1996 年，Palma 等重复了相同的问题 [74]，但由于他们忽略了相因子 $\theta_m(j)$ ，计算中包含了一定的错误。应用这个结果，我们可以更清楚地研究在大 N 极限下退相干是怎样出现的。

如果考虑组成仪器的粒子是全同的， $\omega_j = \omega$, $g_{j,n} = g_n (j = 1, 2, \dots, N; n = 0, 1)$ 。于是有

$$f(N, t) = |F_{10}(N, t)| = e^{-N|g_0 - g_1|^2 \frac{1}{\omega^2} \sin^2 \frac{\omega t}{2}}. \quad (10.10)$$

当 $N = 1$ 时，将在 $f_{max} = 1$ 和 $f_{min} = e^{-\frac{1}{\omega^2}|g_0 - g_1|^2}$ 之间作周期振荡。当 $N = 1, N = 50, N = 1000$ 时，如图 24 所示，我们画出了对应于不同 N 时的 $f(N, t)$ 曲线。当 N 变大时， f_{max} 不变，但 f_{min} 变为

$$f_{min} = e^{-N|g_0 - g_1|^2 \frac{1}{\omega^2}}. \quad (10.11)$$

当 $N \rightarrow \infty$ 时， $f_{min} \rightarrow 0$ ，但振荡的峰宽变窄。这就是说，除了在个别的时间点 $t_n = (2n + 1)\pi/\omega$ 上， $f(N, t_n) = 1$ ，在其它任何时刻， $F_{mn}(N, t) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 0$ ，出现完全的退相干。这种在个别时间点上出现相干性恢复的现象称为量子跳跃 (*Quantum jump*)。

考虑测量仪器具有连续谱，组成仪器的粒子频率谱满足特定分布 $\rho(\omega)$ 。我们可以把 $F_{mn}(N, t)$ 表达式中的求和化为积分。若取 $g_{nj} = \mu_n g_j$ ，则有

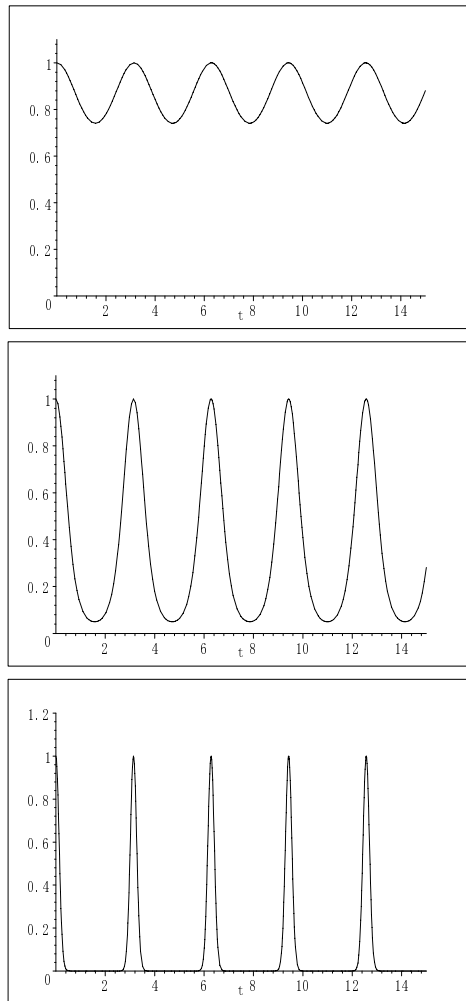
$$\sum_{j=1}^N \frac{1}{\omega_j} |g_{0j} - g_{1j}|^2 \sin^2 \frac{\omega_j t}{2} = \int_0^\infty d\omega_j \frac{|g_{0j}(\omega_j) - g_{1j}(\omega_j)|^2}{\omega_j} \rho(\omega_j) \sin^2 \frac{\omega_j t}{2} \quad (10.12)$$

对于特定的谱分布 $\rho(\omega)$ ，随着时间趋向无穷，约化密度矩阵的非对角项会逐步变为零。波包塌缩不再是一个瞬间过程，而是由特征时间 γ^{-1} 标征的动力学衰减过程。我们还以用直观的一维例子来说明在大多实际情况下上述积分会发散到负的无穷大。考虑一种极特殊情况， $g_j = g$ 是一个不随 ω 改变的常数，热库中所有振子的频率在 ω_i 和 ω_f 之间，而且分布是均匀的，即

$$\rho(\omega) = \frac{N}{\omega_f - \omega_i} \quad (10.13)$$

这时

$$R(t) = \int_{\omega_i}^{\omega_f} \frac{g^2}{2\omega^2} \sin^2 \omega t \rho(\omega) d\omega$$



1

图 24: 波包塌缩中的量子跳跃

$$\begin{aligned}
&= \frac{N}{\omega_f - \omega_i} \frac{g^2}{2} \int_{\omega_i}^{\omega_f} \frac{1}{\omega} \sin^2 \omega t d\omega \\
&\geq \frac{N}{\omega_f - \omega_i} \frac{g^2}{2\omega_i^2} \int_{\omega_i}^{\omega_f} \sin^2 \omega t d\omega \\
&= \frac{N^2}{4} \frac{g^2}{\omega_f^2} (1 - \cos(\omega_i + \omega_f)t) \frac{\sin(\omega_f - \omega_i)t}{(\omega_f - \omega_i)t}
\end{aligned} \tag{10.14}$$

对于一般的 $\rho(\omega)$ 由于归一化的要求 $\int_{\omega_i}^{\omega_f} \rho(\omega) d\omega = N$. 根据中值定理存在一个 $\bar{\omega} \in [\omega_i, \omega_f]$ 使得

$$\rho(\bar{\omega}) = \frac{N}{\omega_f - \omega_i} \tag{10.15}$$

对于一般的 $\rho(\omega)$ 很明显, 存在 $\omega_\alpha, \omega_\beta \in [\omega_i, \omega_f]$, 则对

$$\rho(\omega) \geq \frac{N}{\omega_f - \omega_i} \tag{10.16}$$

因此,

$$R(t) \geq \frac{N^2}{4} \frac{g^2(\omega_\beta - \omega_\alpha)}{\omega_\beta^2(\omega_f - \omega_i)} (1 - \cos(\omega_\alpha + \omega_\beta)t) \frac{\sin(\omega_\alpha - \omega_\beta)t}{\omega_f - \omega_i} \tag{10.17}$$

在弱耦合极限下, $\frac{g^2}{\omega_\beta} \ll 1$. 对大 N 而言, $R(t)$ 必然随时间 t 有尖锐地变大, 从而导致量子退相干

由于量子信息(特别是量子计算)的具体实现需要有多个比特有必要讨论多个比特的量子退相干问题. 事实上, 对于任意给定的十进制数 $L = \sum_{j=1}^N x_j 2^j$, 它们二进制表示

$$(L)_2 = x_{N-1} \dots x_0, (x_j = 0, 1) \tag{10.18}$$

可唯一求得. 我们可用一个长为 N 的直积量子态

$$|L\rangle = |x_{n-1}\rangle \otimes |x_{N-2}\rangle \otimes \dots |x_0\rangle \tag{10.19}$$

来表示这个二进制数. 对于给定的大数 L , 其二进制数长度为 $N = \ln_2 L$. 从这一点可以这样看出, 一个长为 N 的最大的二进制数是

$$\sum_{j=1}^N 2^j = 2^N - 1 \simeq 2^N, N \sim \ln_2 L_M \tag{10.20}$$

由以上讨论可以看出, 对于一个很简单的量子计算, 也需要有足够多的量子位. 如对于 32 个对象的数据库搜索, 我们需要 5 个量子位. 因此, 要了解量子信息处理的有效性, 就必须研究多个量子位的量子退相干.

为了讨论多个量子位的量子退相干问题，可以把以上单个量子位的讨论，简单地推广到 K 能级系统

$$H = \sum_{n=1}^K E_n |n\rangle\langle n| \quad (10.21)$$

而对相互作用部分只须把 $n=0,1$ ，变为 $n=1,2,3..K$. 在以下公式中依此类推，变 $n=0,1$ ，为 $n=1,2,..,K$ ，公式的形式不变. 现在问题的关键是考虑在多量子比特情况下， g_{nj} 和 n 的表达式如何. 这时，考虑 N 个二能级系统，作为我们的量子比特，则有

$$H_s = \sum_{n=0}^{N-1} \omega_n \sigma_3(n)$$

$$V_I = \sum_j g_j (a_j^\dagger + a_j) \otimes \sum_{n=0}^{N-1} \lambda_n \sigma_3(n) \quad (10.22)$$

这里有两类耦合常数， g_j 是由热库中单个谐振子与量子比特的相互作用决定，而 λ 则仅赖于是哪一个量子比特. 这时，可以记

$$f[\vec{s}] = \sum_{n=0}^{N-1} \lambda_n s_3(n) \quad (10.23)$$

对于 $\{s_3(n)|n = 0, 1, \dots, N-1\}$ 共同本征态 $|s\rangle = |s_0, s_1, \dots, s_{N-1}\rangle$ 有 $f[\vec{s}]|s\rangle = f(s)|s\rangle$ 相应的本征值

$$f(s) = \sum_{n=0}^{N-1} \lambda_n s_n \quad (10.24)$$

是自旋分量的线性函数. 对于全同粒子构成的热库， $f(s) = \sum_{n=0}^{N-1} s_n$ 就是量子比特系统的总自旋.

如果量子比特系统的初态是 s 和 s' 的相干叠加，

$$|\psi(0)\rangle = \alpha|s\rangle + \beta|s'\rangle \quad (10.25)$$

则它在 t 时刻的约化密度矩阵是

$$\rho_s(t) = |\alpha|^2 |s\rangle\langle s| + |\beta|^2 |s'\rangle\langle s'| + \alpha\beta^* |s\rangle\langle s'| F_{ss'}(t) + h.c. \quad (10.26)$$

其中退相干因子

$$F_{ss'}(t) = \exp[i(|f(s)|^2 - |f(s')|^2) \sum_{j=1} \frac{|g_j|^2}{\omega_j^2} (\omega_j t - \sin\omega_j t)]$$

$$\times \exp[-|f(s) - f(s')|^2 \sum_j \frac{|g_j|^2}{\omega_j^2} \sin^2 \frac{\omega_j t}{2}] \quad (10.27)$$

量子比特系统的退相干速度取决于退相干因子的模,

$$|F_{ss'}| = \exp[-(f(s) - f(s'))^2 \sum_j \frac{|g_j|^2}{\omega_j^2} \sin^2 \frac{\omega_j t}{2}] \quad (10.28)$$

由上面表达式, 可以看到, 如果对于两个多量子比特 s 和 s' , 有 $f(s) = f(s')$, 则 $F_{s,s'}(t) = 1$. 它们的相干叠加不会发生量子退相干, 其物理机制是 $|s\rangle$ 和 $|s'\rangle$ 感受到环境的相互作用是一样的. 因此, 它们同步演化, 不附加相对的随机位相. 如果量子比特系统有一个子空间, 其中所有的态都以相同的方式与环境相相互作用, 在它们当中, 态的相干叠加不会发生量子退相干. 这样一个由 $\{|s\rangle | f(s) = \text{const}, s \in I\}$ (I 是一个指标集) 张成的子空间, 通常被称为消除相干子空间 (DFS) (Decoherence-free subspace). 如果我们对 DFS 中的状态进行量子信息处理, 退相干影响就不存在了. 然而, 在实际问题中找到 DFS 是非常困难的. 在一定意义上说, 实现实用的量子计算机和量子通讯的关键就是去找 DFS. 如果 DFS 是我们整个的量子比特系统空间, 相互作用就不存在了, 即等价于没有环境的作用. 特别是量子计算需要大量的量子比特, DFS 必须很大, 要保证它与环境无相作用 (或作用方式对不同态相同) 几乎是不可能的. 我们还需要进一步指出的是, 对于“集体退相干”情况, 量子比特可以看成“全同的粒子”. 这时, 在相互作用哈密顿量中, 我们很容易得到各种各样 DFS, 如

$$V_{DFS}^{(1)} \{ |\uparrow\downarrow\downarrow \dots \downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\downarrow \dots \downarrow\rangle, |\downarrow\downarrow\uparrow \dots \downarrow\rangle, \dots, |\downarrow\downarrow\downarrow \dots \uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\downarrow\downarrow \dots \uparrow\rangle \}$$

它们分别对应于单激发空间, 双激发空间……以及 S 激发空间. 在这样每一个 DSF 中, 均可以进行没有量子退相干的量子信息处理. 对于不同的相互作用形式, 我们可以找到各种各样的 DSF. 例如, 文献 [74-76] 中指出的配对“编码”方案, 是对相互作用

$$f(s) = \sum \lambda_{01}(s_3(0) + s_3(1)) + \lambda_{23}(s_3(2) + s_3(3)) + \dots \quad (10.29)$$

去找一个特定的 DFS:

$$|\uparrow\downarrow \uparrow\downarrow \uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow \downarrow\uparrow \downarrow\uparrow\rangle$$

把对态 $|\uparrow, \downarrow\rangle$ 记为 0 $|\downarrow, \uparrow\rangle$ 记为 1, 则 DFS 是由

$$\{|s_{10}, s_{23}, s_{34}, \dots, s_{NN-1}\} | s_{10} = 0, 1\}$$

张成的. 事实上, 环境相互作用的细节是相当复杂的, 如真空自发辐射, 原子随机碰撞等. 由于依赖于对环境相互作用细节的了解, 这些理想化克服退相干的方法在实际中是相当困难的.

为了分析量子比特的数目对量子退相干速度的影响, 我们考察集体退相干情况的两个极端状态 $|\uparrow\uparrow \dots \uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\downarrow \dots \downarrow\rangle$ 的相干叠加. 这时 $f(s) = \frac{N}{2}\lambda$, $f(s') = -\frac{N}{2}\lambda$ 退相干因子的模平方是

$$|F_{ss'}(t)| = \exp^{-N^2 R(t)} \quad (10.30)$$

其中

$$R(t) = \sum_{j=1} \frac{2g_j^2}{\omega_j^2} \sin^2 \frac{\omega_j t}{2} \quad (10.31)$$

当单比特的退相干率为 γ 时, 而 $S(t) \rightarrow \gamma t$ 时, N 个量子比特的退相干率为 $N\gamma t$ 时, 与 N 成正比. 随 N 增大, 退相干因子将以 $e^{-N^2\gamma t}$ 方式衰变, 问题变得相当严重, 这正是目前量子计算困难的关键所在.

从以上的讨论可以看出, 环境对量子比特的影响是相当复杂的. 基于本文的上述讨论, 可以把量子退相干效应的分析统统归结为退相干因子的计算. 由此, 我们也曾就 Shor 大数因子化量子算法和 Grover 量子算法详细分析了环境诱导退相干对计算效率的影响 [56,77]. 我们发现, 如果用不同模型去描述环境 (分别用谐振子热库和二能级系统热库), 得到的退相干时间一样. 但不同模型的差异主要体现在退相干因子的位相上. 正如以上讨论的 Grover 算法退相干一样, 位相对一个具体算法的效应是至关重要的. 特别是在有限温度情况下, 热涨落的效应主要体现在退相干因子的位相的不确定性上.

§11 小结

从本文讨论可以看出, 目前对于量子理论基本问题的研究、对于基本观念的争辩和探讨, 已不再停留在哲学意义下的思辩或争论之中, 在实验室中人们已经能够精确检验许多量子力学的基本问题. 另外, 对于量子力学基本问题的理论和实验研究, 已不仅仅只局限于对基本问题的思考与探索, 由此引申出来的基本效应和观念已经对信息科学的基本模式产生了革命性影响, 其

潜在的作用随着量子信息的大规模发展越来越明显地凸现出来。量子力学有可能成为下一世纪高新技术建立的思想先导。

从基本观念上看，量子测量相关的量子力学基本问题的研究涉及到现代物理学更普遍的本质问题。众所周知，薛定谔方程是描述微观粒子运动的基本方程，在时间反演变换下，它具有不变性，从而是时间反演对称的。因而，薛定谔方程所描述的单粒子过程是微观可逆的。然而，在宏观和经典世界中，由这些粒子组成的宏观物体却表现了不可逆的经典行为。从微观可逆到宏观不可逆的转化是复相当杂的，怎样把宏观不可逆现象与基本量子力学协调起来是现代物理学一直在关心的、且至今尚未彻底解决的根本性问题。量子信息本身的发展存在的困难，这不仅表现在其具体实现和实际应用方面，而且也有着某些量子力学原理上还没有完全逾越的困难，其的根源在于怎样从微观可逆的量子力学理解经典和宏观世界中的不可逆过程。

自 1991 年起，作者关于量子测量问题的系列工作得到了国家自然科学基金的面上项目、霍英东教育基金、优秀中青年人才专项基金，国家杰出青年基金，攀登计划以及中国科学院重大交叉科学问题研究基金的资助。作者的工作还得到了香港中文大学和奥地利薛定谔国际数学物理研究所 (ESI) 的部分资助。

附录 I：腔场中大失谐原子的运动

以下我们从“第一原理”出发证明 (6.2) 的结果. 为此, 先写下场与原子相互作用 Jaynes-Comings (J - C) 模型的哈密顿量

$$H = \omega a^\dagger a + \omega_a |e\rangle\langle e| + A\#(\Omega|g\rangle\langle e|a^\dagger + H.C.) A\# \quad (\text{AI-1})$$

在相互作用表象中, 描述动力学过程的哈密顿量为

$$H_I = \Omega a |e\rangle\langle g| e^{i\Delta t} + h.c. \quad (\text{AI-2})$$

总体系的波函数可写为二分量的形式

$$|\psi\rangle = \psi_g |g\rangle + \psi_e |e\rangle \quad (\text{AI-3})$$

则有算符值的矩阵方程

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_g \\ \psi_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \Omega a^\dagger e^{-i\Delta t} \\ \Omega a e^{i\Delta t} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_g \\ \psi_e \end{pmatrix} \quad (\text{AI-4})$$

在大失谐条件情况下, 由

$$\Omega / |\omega_a - \omega| \ll 1$$

可以对上述线性方程组进行绝热消除, 以得到大失谐条件下的有效哈密顿量. 如果原子开始均处于激发态上, 则 $\psi_g(0) = 0$, 可以绝热地消除基态的分量. 事实上, 在

$$\psi_g(t) = -i \int_0^t \Omega a^\dagger e^{-i\Delta t_1} \psi_e(t_1) dt_1 \quad (\text{AI-5})$$

中, $e^{-i\Delta t}$ 在大失谐条件下是一个快速振荡的因子, 从而使得它与一个缓变函数 $\psi_e(t)$ 乘积的积分很小. 这一点, 可以由分部积分证明

$$\psi_g(t) = \frac{\Omega}{\Delta} (a^\dagger e^{-i\Delta t} \psi_e - a^\dagger \psi_e(0)) + O^2\left(\frac{1}{\Delta}\right) \quad (\text{AI-6})$$

把上式代入 (AI-4) 忽略高阶项 $\sim O(\frac{1}{\Delta}^2)$ 和由初值决定的快速振荡项 $\sim \psi_e(0)e^{i\Delta t}$, 可以得到

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi_e = \frac{\Omega^2}{\Delta} a a^\dagger \psi_e \quad (\text{AI-7})$$

同理可以在初始条件 $\psi_e(0) = 0$ 情况下得到

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_g = -\frac{\Omega^2}{\Delta}a^\dagger a\psi_g \quad (\text{AI-8})$$

这相当于给出一个有效哈密顿量

$$H_e = \frac{\Omega^2}{\Delta}(a^\dagger a|e\rangle\langle e| - a^\dagger a|g\rangle\langle g|) \quad (\text{AI-9})$$

其中，不失一般性，我们略去了与光场无关的项。上述自动导致产生纠缠态的时间演化 $|\psi(0)\rangle \rightarrow |\psi(t)\rangle$ 。

为了从哈密顿 (6.4) 推导波函数 (6.5)，引入旋转表象 $|\phi\rangle = e^{i\gamma t|e\rangle\langle e|}|\psi\rangle$ ，其中 $|\psi\rangle$ 是在实验室表象中的波函数，它满足 H_R 支配的薛定谔方程。而支配 $|\phi\rangle$ 演化的有效哈密顿量为

$$H_e = (\omega_a - \gamma)|e\rangle\langle e| + \Omega|e\rangle\langle g| + h.c. \quad (\text{AI-10})$$

为了计算时间演化，我们首先对角化 H_e ，得到对应于本征值

$$E_{\pm} = \frac{1}{2}[\omega_a - \gamma] \pm E \equiv \frac{1}{2}[\omega_a - \gamma] \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}[\omega_a - \gamma]\right)^2 + \Omega^2} \quad (\text{AI-11})$$

的本征函数

$$\begin{aligned} |+\rangle &= \cos\frac{\theta}{2}|e\rangle + \sin\frac{\theta}{2}|g\rangle \\ |-\rangle &= \sin\frac{\theta}{2}|e\rangle - \cos\frac{\theta}{2}|g\rangle \end{aligned} \quad (\text{AI-12})$$

其中 θ 由 $\coth\theta = \frac{2\Omega}{\omega_a - \gamma}$ 决定。由此，我们可以得到原子经过 R2 腔 Rabi 转动后的波函数 (6.5)。

参考文献

- [1] Wheeler J, Zurek W, (ed.), *Quantum Theory and Measurement*, New York: Princeton Univ. Press, 1983.
- [2] 何祚庥, 1992, 物理 **22**, 419.
- [3] 孙昌璞, 衣学喜, 周端陆, 郁司夏, 量子退相干问题, 《量子力学的新进展》(曾谨言, 裴寿庸编), 北京: 北京大学出版社, 2000, 59 ~ 130.

- [4] Bouwmeester D, Ekert A, Zeilinger A, (Eds.), *The Physics of Quantum Information*, Berlin: Springer-Verlag, 2000.
- [5] Bohr N, in *Albert Einstein: Philosopher-Scientist* (ed. P.A. Schilpp), Library of Living Philosopher-Scientist, 1949, 200 ~ 241. also reprinted in reference [1].
- [6] Schrodinger E, 1935, Proc. Cambridge. Phil. Sol. **31**, 555 ~ 763. also reprinted in reference [1].
- [7] Einstein A, Podolsky B, Rosen N, 1935, Phys. Rev. **47**, 77 ~ 78.
- [8] von Neumann J, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* Princeton: Princeton University Press, 1955 (Germany Version 1932)
- [9] Bohm D, 1964, Phys. Rev. **85**, 166~180.
- [10] Bell J, 1964, Physics, **1**, 195~200 ; Rev. Mod. Phys, **38**, 447 (1966).
- [11] Aspect A, et.al, 1981, Phys. Rev. Lett, **47**, 460; 1982, *ibid.*, **49**, 191; 1982, *ibid.* **49**, 1804.
- [12] Kasday L, Ulman J, Wu C S, 1975, Nuovo Cimento **25B**, 633.
- [13] Shih Y, Alley C, 1988, Phys. Rev. Lett., **61**, :2921.
- [14] Braginsky V, Khalili F, *Quantum Measurement* London: Cambridge Univ. Press, 1992.
- [15] Zurek W, 1991 Phys. Today **44(10)**, 36.
- [16] Haroche S, 1998 Phys. Today **51(7)**, 37.
- [17] Giulini D, Joos E, Kiefer C, et al., *Decoherence and Appearance of a Classical World in Quantum Theory* Berlin: Springer, 1996.
- [18] Omnes R, *The Interpretation of Quantum Mechanics* New Jersey: Princeton University Press, 1994.
- [19] Durt S, Nonn T, Rampe G, 1998, Nature 395, 33.
- [20] Scully M, Englert B, Walther H, 1991, Nature 351, 111.
- [21] Badurek G, Rauch H, Tuppinger D, 1986 Phys. Rev. A 34, 2600.
- [22] Buks E, Schuster R, Heiblum M et al., 1998, Nature 391, 871.
- [23] Brune M, Hagley E, Dreyer J et al. 1996, Phys. Rev. Lett, 77, 4887; 1997, Phys. Rev. Lett, 79, 1964.
- [24] Arndt M, Nairz O, Vos-Andreae J, C. Keller, et al., 1999, Nature, 401 (14).
- [25] Meekhof D, et al, 1996 Phys. Rev. Lett., 76, 1796; Friedman J, et al., 2000, Nature 406, 43.
- [26] Caldeira A, Leggett A, 1983, Ann. Phys. (N.Y.) **149**, 374.
- [27] Leggett A. J., Chakravarty S, Dosey A, 1987 Rev. Mod. Phys **59**, 1.
- [28] Yu L Y, Sun C. P., 1994, Phys. Rev. A **49**, 592.
- [29] Sun C P, Yu L. H., 1995, Phys. Rev. A **51**, 1845.

- [30] Sun C P, Gao Y.B, Dong H.F,et al,1998, Phys.Rev.E. **57**, 3900 .
- [31] Hepp K, 1972,Hev.Phys.Acta, **45**, 237.
- [32] Bell,J S,1975, Hev.Phys.Acta, **48**, 93.
- [33] Cini M,1983, Nuovo Cimento **73B**, 27 .
- [34] Namik N ,Pascazio S, 1991, Phys. Rev. A **44**, 39 (; Nakazato N ,Pascazo P, 1993,Phys. Rev. Lett. **70**, 1.
- [35] Namik M ,Pascazio S,1994, Phys. Rep. 237, 357; Nakazato N, Namik M,Pascazio S,1996, Int. J. Mod. Phys. B 10, 247.
- [36] Sun C.P, 1993, Phys. Rev. A **48**, 878 ;1994 Chin. J. Phys. **32**, 7 .
- [37] Liu X J ,Sun C P,1995, Phys. Lett. A **198**, 371.
- [38] Sun C P, Yi X X, Zhao S R, et al.,1997, Quantum Semiclass. Opt. **9**, 119.
- [39] Sun C P, in *Quantum-Classical Correspondence*, ed. by Feng H,Hu B L,International Press, 1997 99~ 106.
- [40] Sun C P, in *Quantum Coherence ,Decoherence*, ed.by Fujikawa K ,Ono Y, AMsterdam: Elsevier Science Press, 1996,331~ 334.
- [41] Sun C P, Yi X X,Liu X J,1995, Fortschr. Phys. **43**,585.
- [42] Breuer H,Petrucione F,(eds.)Open system and measurement in relativistic quantum theory, Berlin:Springer,1998.
- [43] Wang L,Kuzmich J, Dogariu A ,2000,Nature,406,277.
- [44] Yu S, Sun C.P,2000,Phys. Rev. A61,0222310.
- [45] Bohm D,Quantum Theory,Englewood Cliffs:Prentice-Hall 1951,614~ 620,
- [46] Born M, *Albert, Einstein, Hedwig und Marx Born, Briefwechshel*,Munchen: Nymphenburger Verlagshandlung 1959, 1916~ 1955.
- [47] Wigner E P,1963 Am. J. Phys. 31, 6~ 15.
- [48] Joos E ,Zeh H D,1985, Z. Phys. B. 59, 223~ 243.
- [49] Sun C P, Liu X F, Zhou D L et al.,2001,Phys. Rev. A63,01211.
- [50] Sun C P , Zhou D L , Yu S X,et al, 2001,Eur. Phys. J. D 13, 145~ 155.
- [51] Sun C P, Liu X F, Zhou D Let al, Localization of Macroscopic Object Induced by the Factorization of Internal Adiabatic MotionESI, submitted to Eur. Phys. J. D.
- [52] Born M ,Oppenheimer R, 1930,Ann. Phys. Lpz. 84, 457.
- [53] Wilczek F ,Zee A,1984, Phys. Rev. Lett. 25, 2111.
- [54] Sun C P,Ge M L,1990, Phys. Rev. D 41, 1349.

- [55] Friedman J, Patel V, et al.2000,Nature,406,23 .
- [56] van der Wal C,ter Haar A et al.2000,SCIENCE ,290 : 773.
- [57] Zurek W H,1981, Phys.Rev.D.,**24**,1516;1982,Phys.Rev.D.,**26**, 1862.
- [58] Sun C P, Zhan Z,Liu X F,1998, Phys. Rev. A 58, 1810.
- [59] Louisell W H, *Quantum Statistical Properties of Radiation* New York:John Wiley ,Son's ,1990; Gardiner C, *Quantum Noise* ,Berlin: Springer 1991;Meystre P ,Sargent III M, *Elements of Quantum Optics* (3'th Ed.),Berlin:Springer,1998.
- [60] Bennett C H,1995, Phys. Today **47(10)**, 24.
- [61] Ekert A ,Jozsa R, 1996,Rev. Mod. Phys. 68, 733.
- [62] Feynman R,1982, Int. J. Theor. Phys. 21, 467.
- [63] Deutsch D,1985,Proc. R. Soc. London A 400, 97 .
- [64] Shor P.W, in Proceedings of the 35th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science, edited by S. Goldwasser , Los Alamitos:CAIEEE Computer Society Press,1994,124.
- [65] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C et al,1993, Phys.Rev. Lett. 70, 1895
- [66] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K et al.,1997, Nature 390, 575.
- [67] Furusawa A, Sorensen J, Braunstein S, et al, 1998,Science 282, 706.
- [68] Boschi D, Branca S, De Martini F, et al,1998, Phys.Rev.Lett. 80, 1121.
- [69] Bennett C.H, Brassard G, Ekert A K, Scientific American, 1992 NO.11, 50.
- [70] Wiesner S, 1983, SIGACT News 15, 78 ; Bennett C H,Brassard G, in "Proc. IEEE Int. Conference on Computers, Systems ,Signal Processing",New York : IEEE, 1984. Bennett C H, Bessette F, Brassard G,et al.,1992,J. Cryptology 5, 3 ; Bennett C H, 1992, Phys. Rev. Lett. 68, 3121.
- [71] Ekert A K, 1991,Phys. Rev. Lett. 67, 661 ; Ekert A K, Rarity J G, Tapster P.R, et al.,1992, Phys. Rev. Lett. 69, 1293.
- [72] Wootters W K ,Zurek W H,1982,Nature,299,802.
- [73] Grover L K, 1997,Phys. Rev. Lett. 79, 325; 1998, *ibid.* 80, 4329.
- [74] Palma G, Suominen K, Ekert A,1996, *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* **452**, 567 .
- [75] Zanardi P, Rasetti M 1997,Phys.Rev.Lett. 79, 3306 ; Zanardi P,1997,Phys.Rev. A56, 4445
- [76] Duan L M,Guo G C,1997, *Phys. Rev. Lett* **79**, 1953 ; 1998,Phys.Rev. A57, 3276.
- [77] Yu S X,Sun C P, *Quantum searching's underlying SU(2) structure ,its quantum decoherence effects* (LANL e-print quant-ph/9903075).