

· 研究快报 ·

# 时间轨道势的理论分析\*

孙昌璞 赵树人\*\*

(东北师范大学理论物理研究所, 长春, 130024)

**摘要** 证明了实现原子 Bose-Einstein 凝聚的时间平均轨道势理论上相当于绝热近似、Born-Oppenheimer 近似和快速振荡因子压低振幅近似同时成立时的有效作用势。

**关键词** 原子 Bose-Einstein 凝聚; 量子绝热近似; 时间轨道 (平均) 势

作为近年来物理学最重要成就之一, 原子 Bose-Einstein 凝聚 (BEC) 的发现<sup>[1]</sup> 不仅最接近 Einstein 20 年代关于玻色子系统理论预言的证实, 而且为产生相干原子源等高新技术提供了坚实的基础。由于时间轨道 (平均) 势 (TOP) 方法是 BEC 实验的关键性技术, 我们有必要对此进行完整的理论分析。

本文的分析基于一个高度简化的物理模型: 一个原子在一个基点线性化的磁场  $\vec{B}_0(\vec{Z}) = \beta(|x|\vec{e}_x + |y|\vec{e}_y + |z|\vec{e}_z)$  中运动, 在 Born-Oppenheimer (BO) 近似<sup>[2]</sup> 下, 轨道-磁场耦合提供了一个有效作用势  $E_m = -m\beta r (r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}, m = J, J-1, \dots, -J)$ 。在  $r=0$  处出现能级交叉, 绝热条件破坏, 原子将从一个绝热能级  $E_m (m < 0)$  跃迁到  $E_m (m > 0)$ , 有效的作用由吸引变成排斥。为了保证绝热条件成立, TOP 技术引入了一个附加的射频场  $\vec{B}_f(t) = B_f(\vec{e}_x \cos \omega t + \vec{e}_y \sin \omega t)$ , 从而有哈密顿量为

$$H = \frac{P^2}{2M} + \mu(\vec{B}_0(\vec{Z}) + \vec{B}_f(t)) \cdot \vec{J} - \frac{P^2}{2M} + H_I(\vec{Z}, t) \quad (1)$$

由于在阱中, 最大的拉莫频率约为  $\mathcal{M}Hz$ , 而阱底的振荡频率为  $100Hz$ , 在射频场频率  $\omega$  远远大于  $100Hz$ , 远远小于  $\mathcal{M}Hz$  时, 可作量子绝热近似和快速振荡因子压低振幅近似<sup>[3]</sup>, 而对于过冷原子, 质心运动又不足以激发原子内部运动, 可以作 BO 近似。在量子绝热近似下, 由 (1) 定义的含时 Schrödinger 方程零阶近似解为

$$|\Psi(t)\rangle = \exp[-i \int E(t) dt] |\Psi_E(t)\rangle \quad (2)$$

其中  $E(t)$  和  $|\Psi_E(t)\rangle$  由本征方程  $H(\vec{Z}, t) |\Psi_E(t)\rangle = E(t) |\Psi_E(t)\rangle$  的 BO 近似确定, 即  $|\Psi_E(t)\rangle = |m(\vec{Z})\rangle \otimes |x_m(\vec{Z})\rangle$ , 其中  $|m(\vec{Z})\rangle$  满足  $H_I(\vec{Z}, t) |m(\vec{Z})\rangle = E_m(\vec{Z}) |m(\vec{Z})\rangle$ ; 而描述原子质

\* 国家自然科学基金优秀中青年人才专项基金课题  
\*\* 吉林大学物理系  
收稿日期: 1996-08-05

心运动的分量  $\chi_n(\vec{Z})$  满足有效的准定态 Schrödinger 方程

$$\left(\frac{P^2}{2M} + E_m(\vec{Z})\right) \chi_n(\vec{Z}) = E(t) \chi_n(\vec{Z}) \quad (3)$$

这表明, 原子质心运动经历了一个时间相关的有效势

$$\begin{aligned} E_m(\vec{Z}) &= E_m(\vec{Z}, t) = -m\mu \left| \vec{B}_0(\vec{Z}) + \vec{B}_f(t) \right| \\ &= -m \left[ (\beta|x| + B_f \cos\omega t)^2 + (\beta|y| + B_f \sin\omega t)^2 + \beta^2 Z^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4)$$

当  $B_f$  与阱的尺度  $l_0$  相关的参数  $\beta l_0$  (特征场强) 相比很大时,  $E_m(\vec{Z})$  的一阶展式为

$$E_m(\vec{Z}) = -m\mu B_f - \frac{m\mu}{2B_f} \beta^2 r^2 + V(t) \quad (5)$$

其中 
$$V(t) = -\frac{m\mu}{B_f} (\beta|x| B_f \cos\omega t + \beta|y| B_f \sin\omega t) \quad (6)$$

与阱底特征振荡频率  $\beta\sqrt{\frac{\mu}{2MB_f}}$  相比,  $\omega$  很大. 即(6)式代表相互作用有效势中快速振荡部分. 根据振荡因子快速变化时将压低对波函数的贡献<sup>[3]</sup>, 在大  $\omega$  极限下,  $V(t)$  是可以忽略的. 在这种近似下, 我们得到时间平均轨道势

$$V_{\text{TOP}}^m = -m\mu B_f - \frac{m\mu}{2B_f} \beta^2 r^2 \quad (7)$$

在  $r=0$  处, 不同的磁量子数  $m$  对应的不同有效势不出现简并(或能级交叉), 从而原子将绝热地保持阱底, 并且可以被进一步冷却.

最后需要指出的是, 实际实验中采用的是非对称势阱, 同样方法可得到相应的非对称时间轨道平均势. 其实, (7) 可以看成  $E_m(\vec{Z}) = E_m(\vec{Z}, t)$  的大周期时间平均.

## 参 考 文 献

- 1 M H Anderson, J R Ensher, M R Matthews, et al Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor Science, 1995, 269: 198~ 201
- 2 C P Sun and M L Ge Generalized Born-Oppenheimer approximations and the observable effect of induced gauge field Phys Rev D, 1990, 41: 1349~ 1354
- 3 C P Sun and X J Liu Approximation theory of Oscillating Factor Suppressing Amplitude in Quantum Process and its Applications Acta Physica Sinica, 1996, 5: 343~ 353

## Theoretical Analysis for Time Orbiting Potential

Sun Changpu Zhao Shuren

(Institute of Theoretical Physics, Northeast Normal University, Changchun, 130024)

**Abstract** It is proved that the time orbiting potential for the realization of atomic Bose-Einstein Condensate is theoretically equivalent to the effective interacting potential obtained with the quantum adiabatic approximation, the Born-Oppenheimer approximation and the oscillating factor suppressing amplitude approximation.

**Keywords** atomic Bose-Einstein condensation; quantum adiabatic approximation; TOP